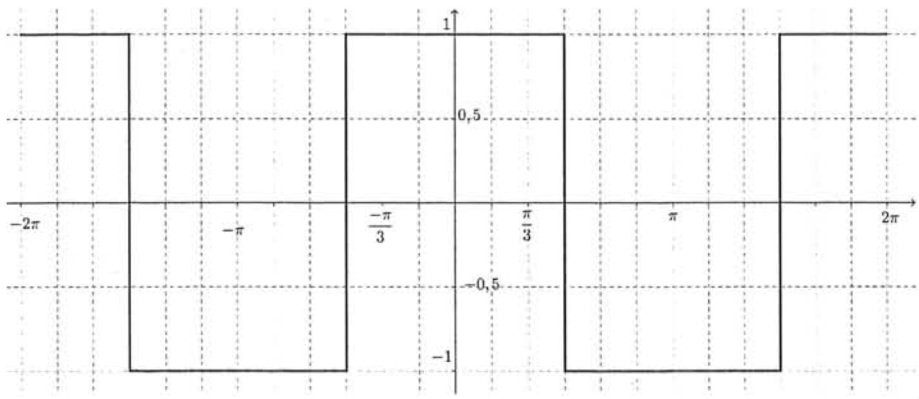
EXERCICE 1 (10 points)

Cet exercice comporte 2 parties indépendantes. Il traite de l'équilibre de systèmes triphasés. Aucune connaissance sur ces systèmes n'est nécessaire pour traiter l'intégralité de cet exercice.

Partie A

Un onduleur à commande asynchrone délivre une tension périodique $f(t)$ de période 2π selon la représentation graphique suivante :



1. Sur l'annexe n° 1, on a représenté graphiquement sur $[-2\pi; 2\pi]$ la tension $f(t)$ et la tension $f\left(t+\frac{2\pi}{3}\right)$.
Sur le document réponse, compléter le tableau de valeurs et construire la représentation graphique de la tension $f\left(t+\frac{4\pi}{3}\right)$ sur $[-2\pi; 2\pi]$.
2. *En régime triphasé, l'onduleur soumet la phase 1 à la tension $f(t)$, la phase 2 à la tension $f\left(t+\frac{2\pi}{3}\right)$ et la phase 3 à $f\left(t+\frac{4\pi}{3}\right)$. Le neutre, quant à lui, est soumis à la somme $S(t)$ des tensions des phases, définie par*

$$S(t) = f(t) + f\left(t+\frac{2\pi}{3}\right) + f\left(t+\frac{4\pi}{3}\right).$$

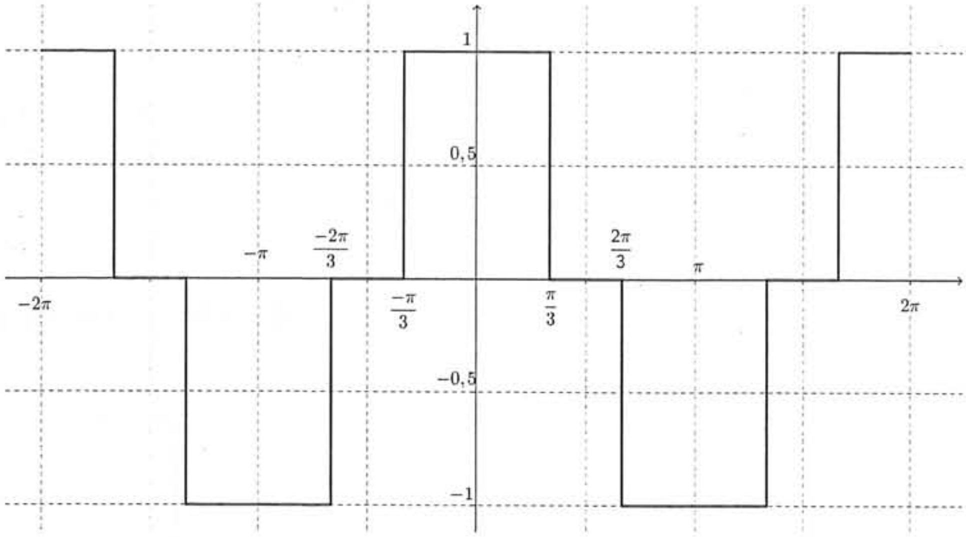
Si cette somme est nulle pour tout nombre réel t, le système triphasé est équilibré. Sinon, le système est déséquilibré.

   (a) Calculer $S(0)$.

   (b) Le système triphasé étudié dans cette partie est-il équilibré ?

Partie B

Pour garantir l'équilibrage d'un système triphasé, on peut utiliser un onduleur à commande décalée. Ainsi, nous considérons dans cette partie que la tension délivrée est un signal g de période 2π, dont la représentation graphique sur $[-2\pi; 2\pi]$ figure ci-après :



On s'intéresse au développement en série de Fourier du signal g.

Dans la suite de l'exercice, a_0 , a_n et b_n désignent les coefficients du développement en série de Fourier de ce signal g, avec les notations du formulaire.

1. Déterminer a_0.
2. Préciser la valeur des coefficients b_n pour tout entier naturel n non nul.
3. (a) Donner la valeur de $g(t)$ sur chacun des intervalles $\left]0; \frac{\pi}{3}\right[$, $\left]\frac{\pi}{3}; \frac{2\pi}{3}\right[$ et $\left]\frac{2\pi}{3}; \pi\right[$.

   (b) Montrer que, pour tout entier naturel n non nul, on a :

$$a_n = \frac{2}{\pi} \times \frac{\sin\left(\frac{n\pi}{3}\right) + \sin\left(\frac{2n\pi}{3}\right)}{n}.$$

4. (a) Vérifier que $a_{3k} = 0$, pour tout nombre entier naturel k non nul.

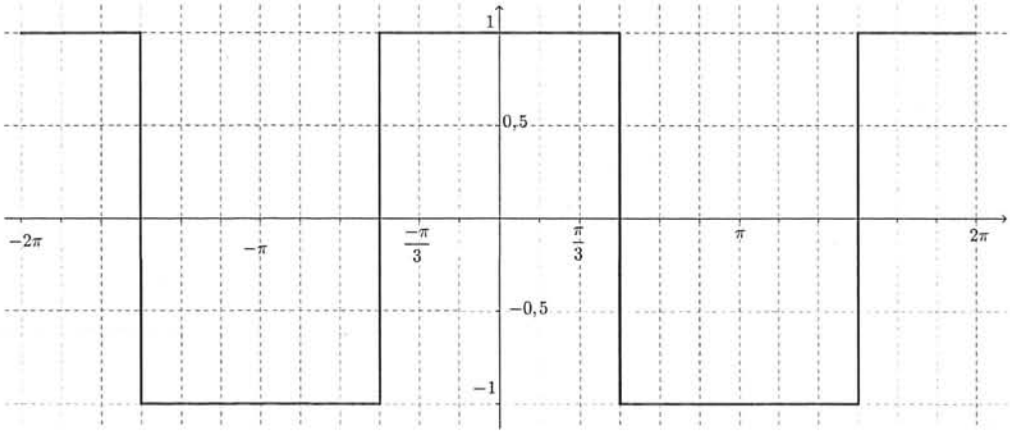
   (b) On démontre que ce qui empêche un signal d'être nul dans le neutre est la présence d'harmoniques non nulles de rangs multiples de 3 dans le développement en série de Fourier du signal g.

   Peut-on considérer que le système triphasé est équilibré, c'est à dire que la tension sur le neutre est nulle ?

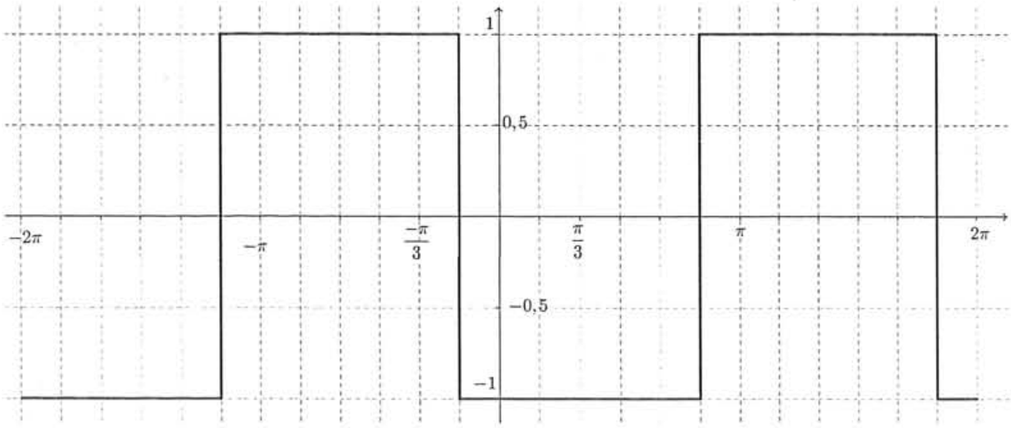
Remarque : Dans les hôpitaux, les banques, les lycées, etc., l'énergie électrique est fournie par des transformateurs ou par les onduleurs qui alimentent une multitude de récepteurs (ordinateurs, lampes basse-consommation...) qui génèrent des courants harmoniques. Sans une installation adaptée et sans une utilisation de récepteurs optimisés, l'accumulation d'harmoniques de rangs multiples de 3 conduit au déséquilibre du système triphasé. Ceci peut engendrer de graves problèmes : surchauffe du fil portant le neutre, phénomènes d'interférence, augmentation des pertes d'énergie, ouverture des fusibles ou interrupteurs automatiques...

Annexe 1

Représentation graphique de la tension $f(t)$



Représentation graphique de la tension $f\left(t+\dfrac{2\pi}{3}\right)$



Document réponse

(à rendre avec la copie)

Tableau des valeurs prises par $f\left(t+\dfrac{4\pi}{3}\right)$ pour certaines valeurs de t

t	$-\dfrac{4\pi}{3}$	$-\pi$	$-\dfrac{\pi}{2}$	0	$\dfrac{\pi}{3}$	π	$\dfrac{4\pi}{3}$	$\dfrac{5\pi}{3}$
$f\left(t+\dfrac{4\pi}{3}\right)$		1						-1

Repère pour représenter $f\left(t+\dfrac{4\pi}{3}\right)$