

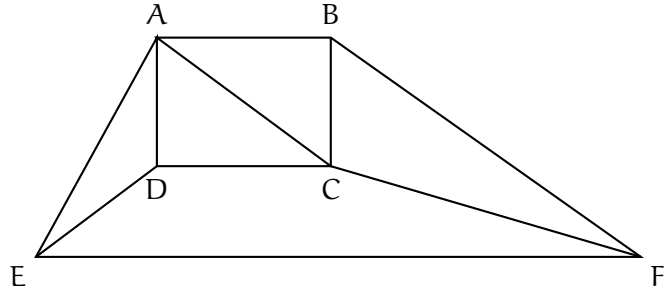
Terminale ES₁ (enseignement de spécialité)
Corrigé du devoir à la maison n° 3

Sujet D page 64

1. *Ordre du graphe, degré de chacun des sommets*

Le graphe possède 6 sommets donc l'ordre du graphe est 6.

Sommets	A	B	C	D	E	E
Degrés	4	3	4	3	3	3

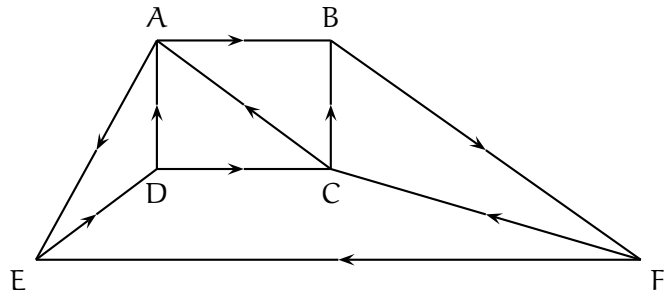


2. *Peut-on parcourir toutes les avenues sans emprunter plusieurs fois la même avenue ?*

Le graphe est connexe car la chaîne $A - B - C - D - E - F$ comporte tous les sommets du graphe. Ce graphe connexe a 4 sommets de degré impair, d'après le théorème d'EULER, il n'y a pas de chaîne eulérienne, donc on ne peut pas emprunter toutes les avenues sans emprunter plusieurs fois la même avenue.

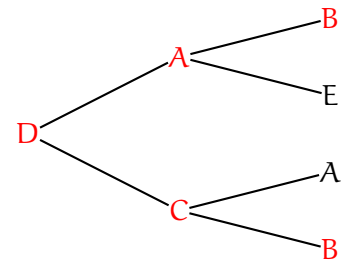
3. *Matrice M du graphe orienté*

$$M = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$



4. *Nombre de trajets de longueur 2 reliant D à B*

On peut construire un arbre avec tous les chemins de longueur 2 partant du sommet D.
Il y a alors 2 trajets possibles : $D - A - B$ et $D - C - B$.



5. *Calcul du nombre de trajets de longueur 2 reliant D à B avec la matrice M*

Le nombre de trajets de longueur 2 reliant D à B est égal au coefficient situé à la 4^e ligne et à la 2^e colonne de la matrice $A = M^2$ car B est le sommet n° 2 et D est le sommet n° 4.

$$A = M^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \text{ donc } a_{4,2} = 2 : \text{ il y a donc 2 trajets de longueur 2 reliant D à B.}$$

Pour le bac blanc

Revoir toutes les définitions et bien faire la différence entre une chaîne fermée (les arêtes peuvent être utilisées plusieurs fois), un cycle (les arêtes sont toutes distinctes) et un cycle eulérien (toutes les arêtes du graphe sont utilisées une fois et une seule).