Exercice 1

Le 1er janvier 2000, un client a placé 3 000 € à intérêts composés au taux annuel de 2,5 %.
On note C_n le capital du client au 1er janvier de l'année $2000 + n$, où n est un entier naturel.

1) Calculer C_1 et C_2. Arrondir les résultats au centime d'euro.

2) Exprimer C_{n+1} en fonction de C_n. En déduire que, pour tout nombre entier naturel n, on a la relation :

$$C_n = 3\,000 \times 1,025^n.$$

3) On donne l'algorithme suivant :

Entrée	Saisir un nombre S supérieur à 3 000
Traitement	Affecter à n la valeur 0. Initialisation Affecter à U la valeur 3 000 Initialisation Tant que $U \leqslant S$ n prend la valeur $n+1$ U prend la valeur $U \times 1,025$ Fin tant que
Sortie	Afficher le nombre $2000 + n$

a) Pour la valeur $S = 3\,300$ saisie, recopier et compléter autant que nécessaire le tableau suivant. Les résultats seront arrondis à l'unité.

Valeur de n	0	1	....	
Valeur de U	3 000		....	
Condition $U \leqslant S$	vrai		....	

b) En déduire l'affichage obtenu quand la valeur de S saisie est 3 300.

c) Dans le contexte de cet exercice, expliquer comment interpréter le nombre obtenu en sortie de cet algorithme quand on saisit un nombre S supérieur à 3 000.

4) Au 1er janvier 2013, le client avait besoin d'une somme de 5 000 €. Montrer que le capital de son placement n'est pas suffisant à cette date.

5) Déterminer, en détaillant la méthode, à partir du 1er janvier de quelle année le client pourrait avoir son capital initial multiplié par 10.

Exercice 2

Partie A

On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 10$ et pour tout entier naturel n,

$$u_{n+1} = 0,9u_n + 1,2.$$

1) On considère la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n par $v_n = u_n - 12$.

- **a)** Démontrer que la suite (v_n) est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison.
- **b)** Exprimer v_n en fonction de n.
- **c)** En déduire que pour tout entier naturel $n,\ u_n = 12 - 2 \times 0,9^n$.

2) Déterminer la limite de la suite (v_n) et en déduire celle de la suite (u_n).

Partie B

En 2012, la ville de Bellecité compte 10 milliers d'habitants. Les études démographiques sur les dernières années ont montré que chaque année :

- 10 % des habitants de la ville meurent ou déménagent dans une autre ville ;
- 1 200 personnes naissent ou emménagent dans cette ville.

1) Montrer que cette situation peut être modélisée par la suite (u_n) où u_n désigne le nombre de milliers d'habitants de la ville de Bellecité l'année $2012 + n$.

2) Un institut statistique décide d'utiliser un algorithme pour prévoir la population de la ville de Bellecité dans les années à venir.
Recopier et compléter l'algorithme ci-dessous pour qu'il calcule la population de la ville de Bellecité l'année $2012 + n$.

```
VARIABLES
a, i, n.
INITIALISATION
Choisir n
a prend la valeur 10
TRAITEMENT
Pour i allant de 1 à n,
a prend la valeur ....

SORTIE
Afficher a
```

3)
- **a)** Résoudre l'inéquation $12 - 2 \times 0,9^n > 11,5$.
- **b)** En donner une interprétation.

Exercice 3

La bibliothèque municipale étant devenue trop petite, une commune a décidé d'ouvrir une médiathèque qui pourra contenir 100 000 ouvrages au total.
Pour l'ouverture prévue le 1er janvier 2013, la médiathèque dispose du stock de 35 000 ouvrages de l'ancienne bibliothèque augmenté de 7 000 ouvrages supplémentaires neufs offerts par la commune.

Partie A

Chaque année, la bibliothécaire est chargée de supprimer 5 % des ouvrages, trop vieux ou abîmés, et d'acheter 6 000 ouvrages neufs.
On appelle u_n le nombre, en milliers, d'ouvrages disponibles le 1er janvier de l'année $(2013 + n)$.
On donne $u_0 = 42$.

1) Justifier que, pour tout entier naturel n , on a $u_{n+1} = u_n \times 0,95 + 6$.
2) On propose, ci-dessous, un algorithme, en langage naturel.
Expliquer ce que permet de calculer cet algorithme.

```
Variables :
   U, N
Initialisation :
   Mettre 42 dans U
   Mettre 0 dans N
Traitement :
   Tant que U < 100
      U prend la valeur U × 0,95 + 6
      N prend la valeur N +1
   Fin du Tant que
Sortie
Afficher N.
```

3) À l'aide de votre calculatrice, déterminer le résultat obtenu grâce à cet algorithme.

Partie B

La commune doit finalement revoir ses dépenses à la baisse, elle ne pourra financer que 4 000 nouveaux ouvrages par an au lieu des 6 000 prévus.
On appelle v_n le nombre, en milliers, d'ouvrages disponibles le 1er janvier de l'année $(2013 + n)$.

1) Identifier et écrire la ligne qu'il faut modifier dans l'algorithme pour prendre en compte ce changement.
2) On admet que $v_{n+1} = v_n \times 0,95 + 4$ avec $v_0 = 42$.
On considère la suite (w_n) définie, pour tout entier n, par $w_n = v_n - 80$.
Montrer que (w_n) est une suite géométrique de raison $q = 0,95$ et préciser son premier terme w_0.
3) On admet que, pour tout entier naturel n : $w_n = -38 \times (0,95)^n$.
   a) Déterminer la limite de (w_n).
   b) En déduire la limite de (v_n).
   c) Interpréter ce résultat.

Exercice 4

La production des perles de culture de Tahiti est une activité économique importante pour la Polynésie Française.
Les montants réalisés à l'exportation des produits perliers de 2008 à 2011 sont donnés dans le tableau suivant, en milliers d'euros :

Années	2008	2009	2010	2011
Valeurs brutes des produits perliers (en milliers d'euros)	81 295	66 052	64 690	63 182

Source : ISPF ((Institut de Statistiques de Polynésie Française)

1) Montrer que le taux d'évolution annuel moyen des montants à l'exportation des produits perliers de Polynésie entre 2008 et 2011 est $-8,06\%$ arrondi au centième.

On admet pour la suite de l'exercice, que la production continuera à baisser de 8 % par an à partir de 2011.

2) On considère l'algorithme suivant :

Entrée	Saisir un nombre positif P
Traitement :	Affecter la valeur 0 à la variable N {initialisation} Affecter la valeur 63 182 à U {initialisation} Tant que $\mathrm{U} > \mathrm{P}$ Affecter la valeur N + 1 à N Affecter la valeur $0,92 \times \mathrm{U}$ à U Fin de Tant que Affecter la valeur N + 2011 à N
Sortie	Afficher N

Si on saisit $\mathrm{P} = 50\,000$ en entrée, qu'obtient-on en sortie par cet algorithme ? Interpréter ce résultat dans le contexte de la production de perles.

3) Pour prévoir les montants réalisés à l'exportation des perles de Tahiti, on modélise la situation par une suite (u_n). On note u_0 le montant en 2011, en milliers d'euros, et u_n le montant en $2011 + n$, en milliers d'euros. On a donc $u_0 = 63\,182$ et on suppose que la valeur baisse tous les ans de 8 %.

a) Montrer que (u_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison.

b) Exprimer, pour tout entier naturel n, u_n en fonction de n.

c) Avec ce modèle, quel montant peut-on prévoir pour l'exportation des produits perliers de Polynésie Française en 2016 ? On arrondira le résultat au millier d'euros.

4) Calculer le montant cumulé des produits perliers exportés que l'on peut prévoir avec ce modèle à partir de 2011 (comprise) jusqu'à 2020 (comprise). On donnera une valeur approchée au millier d'euros.

Exercice 5

Les services de la mairie d'une ville ont étudié l'évolution de la population de cette ville. Chaque année, 12,5 % de la population quitte la ville et 1 200 personnes s'y installent.
En 2012, la ville comptait 40 000 habitants.
On note U_n le nombre d'habitants de la ville en l'année $2012 + n$.
On a donc $U_0 = 40\,000$.
On admet que la suite (U_n) est définie pour tout entier naturel n par $U_{n+1} = 0,875 \times U_n + 1\,200$.
On considère la suite (V_n) définie pour tout entier naturel n par $V_n = U_n - 9\,600$.

Les questions numérotées de 1 à 5 de cet exercice forment un questionnaire à choix multiples (QCM). Pour chacune des questions, quatre affirmations sont proposées : une seule réponse est exacte. Une réponse exacte rapporte 1 point, une réponse fausse ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point. Pour chaque question, le candidat notera sur sa copie le numéro de la question suivi de la proposition qui lui semble correcte. Aucune justification n'est demandée.

1) La valeur de U_1 est :

a. 6 200 **b.** 35 000 **c.** 36 200 **d.** 46 200

2) La suite (V_n) est :

a. géométrique de raison $-12,5\%$
b. géométrique de raison $0,875$
c. géométrique de raison $-0,875$
d. arithmétique de raison $-9\,600$

3) La suite (U_n) a pour limite :

a. $+\infty$ **b.** 0 **c.** $1\,200$ **d.** $9\,600$

4) On considère l'algorithme suivant :

```
VARIABLES :
    U, N
INITIALISATION :
    U prend la valeur 40 000
    N prend la valeur 0
TRAITEMENT :
    Tant que U > 10 000
        N prend la valeur N + 1
        U prend la valeur 0,875 × U + 1 200
    Fin du Tant que
SORTIE :
    Afficher N
```

Cet algorithme permet d'obtenir :

a. la valeur de $U_{40\,000}$
b. toutes les valeurs de U_0 à U_N
c. le plus petit rang n pour lequel on a $U_n \leqslant 10\,000$
d. le nombre de termes inférieurs à 1 200

5) La valeur affichée est :

a. 33 **b.** 34 **c.** $9\,600$ **d.** $9\,970{,}8$

Exercice 6

Le gestionnaire d'une salle de concert constate que, chaque année, le nombre d'abonnés est constitué de 70 % des abonnés de l'année précédente, auxquels s'ajoutent 210 nouveaux abonnés.
Le nombre d'abonnés en 2010 était de 600.

1) Calculer le nombre d'abonnés en 2011 et 2012.

2) On définit la suite (u_n) par : $u_0 = 600$ et, pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = 0,7u_n + 210$.
On utilise un tableur pour calculer les termes de la suite (u_n).

	A	B
1	n	un
2	0	600
3	1	
4	2	
5	3	
6	4	
7	5	
8	6	
9	7	

Proposer une formule à écrire en B3 pour calculer u_1 ; cette formule « tirée vers le bas » dans la colonne devra permettre de calculer les valeurs successives de la suite (u_n).

3) On pose, pour tout entier naturel n : $v_n = u_n - 700$.

a) Démontrer que la suite (v_n) est géométrique de raison 0,7.
Préciser son premier terme.

b) Justifier que pour tout entier naturel n, $u_n = 700 - 100 \times 0,7^n$.

4) **a)** Soit n un entier naturel. Démontrer que $u_n \geqslant 697$ est équivalent à $0,7^n \leqslant 0,03$.

b) Pour résoudre cette inéquation, on utilise l'algorithme suivant :

Variables : N est un nombre entier naturel
Initialisation : Affecter à N la Valeur 0
Affecter à U la valeur 1
Traitement : Tant que $U > 0,03$
Affecter à N la valeur $N + 1$.
Affecter à U la valeur $0,7 \times U$.
Fin du Tant que
Sortie : Afficher N.

Quelle valeur de N obtient-on en sortie ? (On fera tourner l'algorithme).

c) Retrouvez ce résultat en résolvant l'inéquation $0,7^n \leqslant 0,03$.

d) En utilisant l'étude précédente de la suite (u_n), déterminer à partir de quelle année le nombre d'abonnés atteindra au moins 697.

Exercice 7

Un industriel étudie l'évolution de la production des jouets sur la machine VP1OOO de son entreprise. En 2000, lorsqu'il l'a achetée, elle pouvait produire 120 000 jouets par an.
Du fait de l'usure de la machine, la production diminue de 2 % par an.
On modélise le nombre total de jouets fabriqués au cours de l'année $(2000+n)$ par une suite (U_n). On a donc $U_0 = 120\,000$.

1) Montrer que, pour tout entier naturel n : $U_n = 120\,000 \times 0,98^n$.

2) **a)** Quel a été le nombre de jouets fabriqués en 2005 ?

b) Déterminer à partir de quelle année, le nombre de jouets fabriqués sera strictement inférieur à 100 000.

c) Cet industriel décide qu'il changera la machine lorsqu'elle produira moins de 90 000 jouets par an.
Recopier et compléter les lignes 8 et 9 de l'algorithme ci-dessous afin qu'il permette de déterminer le plus petit entier naturel n tel que $U_n < 90\,000$.

1	**Variables :**	A est un réel
2		n est un entier naturel
3		
4	**Initialisation :**	Affecter à A la valeur 120 000
5		Affecter à n la valeur 0
6		
7	**Traitement :**	Tant que $A \geqslant 90\,000$
8		n prend la valeur ...
9		...
10		Fin Tant que
11		
12	**Sortie :**	Afficher n

3) **a)** Exprimer $1 + 0,98 + 0,98^2 + \cdots + 0,98^n$ en fonction de n.

b) On pose $S_n = U_0 + U_1 + U_2 + \cdots + U_n$.
Montrer que $S_n = 6\,000\,000 \times \left(1 - 0,98^{n+1}\right)$.

c) En déduire le nombre total de jouets fabriqués pendant les 15 premières années de production.

Exercice 8

La population de l'Allemagne (nombre de personnes résidant sur le territoire allemand) s'élevait à 81 751 602 habitants au premier janvier 2011.
De plus, on sait qu'en 2011, le nombre de naissances en Allemagne ne compense pas le nombre de décès, et sans tenir compte des flux migratoires on estime le taux d'évolution de la population allemande à $-0,22\,\%$. On admet que cette évolution reste constante les années suivantes.
Les résultats seront arrondis à l'unité

Partie A

On propose l'algorithme suivant :

Entrée :	Saisir le nombre entier naturel non nul S.

Traitement :	Affecter à U la valeur 81 751 602 {initialisation}
	Affecter à N la valeur 0 {initialisation}
	Tant que U $>$ S
	    Affecter à U la valeur $0{,}997\,8\times$ U
	    Affecter à N la valeur N $+1$
	Fin tant que

Sortie :	Afficher N

On saisit en entrée le nombre S $= 81\,200\,000$. Recopier et compléter le tableau suivant autant que nécessaire en arrondissant les résultats à l'unité. Quel nombre obtient-on en sortie ?

U	81 751 602	81 571 748	...	
N	0		...	
Test U $>$ S	Vrai		...	

Partie B

On note u_n l'effectif de la population de l'Allemagne au premier janvier $2011+n$.

1) Déterminer u_0 et u_1.

2) **a)** Justifier que la suite (u_n) est une suite géométrique, de 1er terme 81 751 602 et de raison 0,997 8.

b) Exprimer u_n en fonction de n.

3) Si cette évolution de $-0,22\,\%$ se confirme :

a) Quel serait l'effectif de la population de l'Allemagne au premier janvier 2035 ?

b) En quelle année la population passera-telle au-dessous du seuil de 81 200 000 habitants ?

Partie C

Dans cette partie, on tient compte des flux migratoires : on estime qu'en 2011 , le solde migratoire (différence entre les entrées et les sorties du territoire) est positif en Allemagne et s'élève à 49 800 personnes.
On admet de plus que le taux d'évolution de $-0,22\,\%$ ainsi que le solde migratoire restent constants les années suivant 2011.

1) Modéliser cette situation à l'aide d'une suite (v_n) dont on précisera le premier terme v_0 ainsi qu'une relation entre v_{n+1} et v_n.

2) Calculer v_1 et v_2. Que peut-on conjecturer sur l'évolution de la population de l'Allemagne ?

(Données recueillies par l'Institut national d'études démographiques)

Exercice 9

En 2005, année de sa création, un club de randonnée pédestre comportait 80 adhérents. Chacune des années suivantes on a constaté que :

— $10\,\%$ des participants ne renouvelaient pas leur adhésion au club ;

— 20 nouvelles personnes s'inscrivaient au club.

On suppose que cette évolution reste la même au fil des ans.

Partie A

On donne l'algorithme suivant :

Entrée :	Saisir n entier positif
Traitement :	X prend la valeur 80 {Initialisation} Pour i allant de 1 à n Affecter à X la valeur $0,9X+20$ Fin Pour X prend la valeur de X arrondie à l'entier inférieur
Sortie :	Afficher X

1) Pour la valeur $n=2$ saisie, quelle est la valeur affichée à la sortie de cet algorithme ?

2) Interpréter dans le contexte du club de randonnée, pour la valeur $n=2$ saisie, le nombre affiché à la sortie de cet algorithme.

Partie B

1) On considère la suite (a_n) définie par $a_0=80$ et, pour tout entier naturel n, $a_{n+1}=0,9a_n+20$. Pour tout entier naturel n, on pose : $b_n=a_n-200$.

a) Démontrer que (b_n) est une suite géométrique ; préciser sa raison et son premier terme.

b) Exprimer b_n en fonction de n.

2) En déduire que, pour tout entier naturel n, on a : $a_n=200-120\times 0,9^n$.

3) Quelle est la limite de la suite (a_n) ?

Partie C

1) L'objectif du président du club est d'atteindre au moins 180 adhérents. Cet objectif est-il réalisable ?

2) Même question si l'objectif du président du club est d'atteindre au moins 300 adhérents.

Exercice 10

Le responsable du foyer des jeunes d'un village a décidé d'organiser une brocante annuelle. Pour la première brocante, en 2012, il a recueilli 110 inscriptions.
D'après les renseignements pris auprès d'autres organisateurs dans les villages voisins, il estime que d'une année sur l'autre, 90 % des exposants se réinscriront et que 30 nouvelles demandes seront déposées.
On désigne par u_n le nombre d'exposants en $(2012+n)$ avec n un entier naturel.
Ainsi u_0 est le nombre d'exposants en 2012, soit $u_0 = 110$.

1) Quel est le nombre d'exposants attendu pour 2013 ?

2) Justifier que, pour tout entier naturel $n,\ u_{n+1} = 0,9u_n + 30$.

3) Vu la configuration actuelle de la manifestation dans le village, le nombre d'exposants ne peut pas excéder 220.
Recopier et compléter l'algorithme proposé ci-dessous afin qu'il permette de déterminer l'année à partir de laquelle l'organisateur ne pourra pas accepter toutes les demandes d'inscription.

Variables :	u est un nombre réel n est un nombre entier naturel
Initialisation :	Affecter à u la valeur ... Affecter à n la valeur 2012

Traitement :	Tant que ...
	    Affecter à u la valeur ...
	    Affecter à n la valeur $n+1$

Sortie :	Afficher ...

4) Pour tout entier naturel n, on pose $v_n = u_n - 300$.

- **a)** Démontrer que la suite (v_n) est une suite géométrique de raison $0,9$.
- **b)** En déduire que pour tout entier naturel $n,\ u_n = -190 \times 0,9^n + 300$.
- **c)** Déterminer le résultat recherché par l'algorithme de la question 3 en résolvant une inéquation.

5) L'organisateur décide d'effectuer une démarche auprès de la mairie pour obtenir assez de place pour ne jamais refuser d'inscriptions. Il affirme au maire qu'il suffit de lui autoriser 300 emplacements. A-t-il raison de proposer ce nombre ? Pourquoi ?

Exercice 11

Le premier janvier 2014, Monica ouvre un livret d'épargne sur lequel elle dépose 6 000 euros.
Elle décide de verser 900 euros sur ce livret chaque premier janvier à partir de 2015 jusqu'à atteindre le plafond autorisé de 19 125 euros.
On suppose dans tout cet exercice que le taux de rémunération du livret reste fixé à 2,25 % par an et que les intérêts sont versés sur le livret le premier janvier de chaque année.

Première partie

1) Calculer le montant des intérêts pour l'année 2014 et montrer que Monica disposera d'un montant de 7 035 euros sur son livret le premier janvier 2015.

2) On note M_n le montant en euros disponible sur le livret le premier janvier de l'année $2014 + n$.
On a donc $M_0 = 6\,000$ et $M_1 = 7\,035$.
Montrer que pour tout entier naturel n : $M_{n+1} = 1{,}022\,5M_n + 900$.

Deuxième partie

Monica souhaite savoir en quelle année le montant de son livret atteindra le plafond de 19 125 euros.

1) Première méthode :
On considère la suite (G_n) définie pour tout entier naturel n, par $G_n = M_n + 40\,000$.

- **a)** Montrer que la suite (G_n) est une suite géométrique de raison 1,022 5. On précisera le premier terme.
- **b)** Donner l'expression de G_n en fonction de n.
  En déduire que, pour tout entier naturel n, $M_n = 46\,000 \times 1{,}022\,5^n - 40\,000$.
- **c)** Déduire de l'expression de M_n obtenue en b. l'année à partir de laquelle le plafond de 19 125 euros sera atteint.

2) Deuxième méthode :
L'algorithme ci-dessous permet de déterminer l'année à partir de laquelle le plafond sera atteint.

LIGNE		
1	**Variables :**	MONTANT est un réel
2		ANNÉE est un entier
3		
4	**Initialisation :**	Affecter à MONTANT la valeur 6 000
5		Affecter à ANNÉE la valeur 2014
6		
7	**Traitement :**	Tant que MONTANT $< 19\,125$
8		Affecter à MONTANT la valeur $1{,}022\,5 \times$ MONTANT $+900$
9		Affecter à ANNÉE la valeur ANNÉE $+1$
10		
11	**Sortie :**	Afficher ≪ Le plafond du livret sera atteint en … ≫
12		Afficher ANNÉE

- **a)** Il suffit de modifier deux lignes de cet algorithme pour qu'il détermine l'année à partir de laquelle le plafond est atteint pour un montant versé initialement de 5 000 euros et des versements annuels de 1 000 euros.
  Indiquez sur votre copie les numéros des lignes et les modifications proposées.
- **b)** Proposez une modification de la boucle conditionnelle pour que l'algorithme affiche également à l'écran le montant disponible au premier janvier de chaque année.

Exercice 12

On a observé l'évolution des inscriptions dans le club de gymnastique d'une ville.

Chaque année, 30 % des personnes inscrites au club de gymnastique l'année précédente renouvellent leur inscription au club.
De plus, chaque année, 10 % des habitants de la ville qui n'étaient pas inscrits au club l'année précédente s'y inscrivent.
On appelle n le nombre d'années d'existence du club.
On note g_n la proportion de la population de la ville inscrite au club de gymnastique lors de l'année n et p_n la proportion de la population qui n'est pas inscrite.

La première année de fonctionnement du club (année « zéro »), 20 % des habitants de la ville se sont inscrits. On a donc $g_0 = 0,2$.

1) Soit n un entier naturel. Que vaut la somme $g_n + p_n$?

2) **a)** Justifier que, pour tout entier naturel $n,\ g_{n+1} = 0,3g_n + 0,1p_n$.

b) En déduire que, pour tout entier naturel $n,\ g_{n+1} = 0,2g_n + 0,1$.

3) Pour tout entier naturel n, on pose $u_n = g_n - 0,125$.
Montrer que la suite (u_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.

4) Déterminer le sens de variation de la suite (u_n).

5) Montrer que pour tout entier $n,\ g_n = 0,125 + 0,075 \times 0,2^n$.
Comment la proportion de la population de la ville inscrite au club de gymnastique évolue-t-elle au cours des années ?

Exercice 13

Une association décide d'ouvrir un centre de soin pour les oiseaux sauvages victimes de la pollution. Leur but est de soigner puis relâcher ces oiseaux une fois guéris.
Le centre ouvre ses portes le 1er janvier 2013 avec 115 oiseaux.
Les spécialistes prévoient que 40 % des oiseaux présents dans le centre au 1er janvier d'une année restent présents le 1er janvier suivant et que 120 oiseaux nouveaux sont accueillis dans le centre chaque année.
On s'intéresse au nombre d'oiseaux présents dans le centre au 1er janvier des années suivantes.
La situation peut être modélisée par une suite (u_n) admettant pour premier terme $u_0 = 115$, le terme u_n donnant une estimation du nombre d'oiseaux l'année $2013 + n$.

1) Calculer u_1 et u_2. Avec quelle précision convient-il de donner ces résultats ?

2) Les spécialistes déterminent le nombre d'oiseaux présents dans le centre au 1er janvier de chaque année à l'aide d'un algorithme.

a) Parmi les trois algorithmes proposés ci-dessous, seul l'**algorithme 3** permet d'estimer le nombre d'oiseaux présents au 1er janvier de l'année $2013 + n$.
Expliquer pourquoi les deux premiers algorithmes ne donnent pas le résultat attendu.

algorithme 1	algorithme 2	algorithme 3
Variables : U est un nombre réel i et N sont des nombres entiers **Début** Saisir une valeur pour N Affecter 115 à U Pour i de 1 à N faire — Affecter $0,6 \times U + 120$ à U Fin Pour Afficher U **Fin**	**Variables :** U est un nombre réel i et N sont des nombres entiers **Début** Saisir une valeur pour N Pour i de 1 à N faire — Affecter 115 à U — Affecter $0,4 \times U + 115$ à U Fin Pour Afficher U **Fin**	**Variables :** U est un nombre réel i et N sont des nombres entiers **Début** Saisir une valeur pour N Affecter 115 à U Pour i de 1 à N faire — Affecter $0,4 \times U + 120$ à U Fin Pour Afficher U **Fin**

b) Donner, pour tout entier naturel n, l'expression de u_{n+1} en fonction de u_n.

3) On considère la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n par $v_n = u_n - 200$.

a) Montrer que (v_n) est une suite géométrique de raison $0,4$. Préciser v_0.

b) Exprimer, pour tout entier naturel n, v_n en fonction de n.

c) En déduire que pour tout entier naturel n, $u_n = 200 - 85 \times 0,4^n$.

d) La capacité d'accueil du centre est de 200 oiseaux. Est-ce suffisant ? Justifier la réponse.

4) Chaque année, le centre touche une subvention de 20 euros par oiseau présent au 1er janvier.
Calculer le montant total des subventions perçues par le centre entre le 1er janvier 2013 et le 31 décembre 2018 si l'on suppose que l'évolution du nombre d'oiseaux se poursuit selon les mêmes modalités durant cette période.

Exercice 14

La médiathèque d'une petite ville a ouvert ses portes le 2 janvier 2013 et a enregistré 2 500 inscriptions en 2013.
Elle estime que, chaque année, 80 % des anciens inscrits renouvelleront leur inscription l'année suivante et qu'il y aura 400 nouveaux adhérents.
On modélise cette situation par une suite numérique (a_n).
On note $a_0 = 2\,500$ le nombre d'inscrits à la médiathèque en 2013 et a_n représente le nombre d'inscrits à la médiathèque pendant l'année $2013 + n$.

1) **a)** Calculer a_1 et a_2.

b) Justifier que, pour tout entier naturel n, on a la relation $a_{n+1} = 0,8 \times a_n + 400$.

2) On pose, pour tout entier naturel $n,\ v_n = a_n - 2\,000$.

a) Démontrer que la suite (v_n) est une suite géométrique de premier terme $v_0 = 500$ et de raison $q = 0,8$.

b) En déduire que le terme général de la suite (a_n) est $a_n = 500 \times 0,8^n + 2\,000$.

c) Calculer la limite de la suite (a_n).

d) Que peut-on en déduire pour le nombre d'adhérents à la médiathèque si le schéma d'inscription reste le même au cours des années à venir ?

3) On propose l'algorithme suivant :

Variables :	N entier
	A réel
Initialisation :	N prend la valeur 0
	A prend la valeur 2 500
Traitement :	Tant que $A - 2\,000 > 50$
	A prend la valeur $A \times 0,8 + 400$
	N prend la valeur $N + 1$
	Fin du Tant que
Sortie :	Afficher N.

a) Expliquer ce que permet de calculer cet algorithme.

b) À l'aide de la calculatrice, déterminer le résultat obtenu grâce à cet algorithme et interpréter la réponse dans le contexte de l'exercice.

Exercice 15

Afin d'entretenir une forêt vieillissante, un organisme régional d'entretien des forêts décide d'abattre chaque année 5 % des arbres existants et de replanter 3 000 arbres.
Le nombre d'arbres de cette forêt est modélisé par une suite notée u où u_n désigne le nombre d'arbres au cours de l'année $(2013 + n)$.
En 2013, la forêt compte 50 000 arbres.

1) **a)** Déterminer le nombre d'arbres de la forêt en 2014.

b) Montrer que la suite u est définie par $u_0 = 50\,000$ et pour tout entier naturel n par la relation

$$u_{n+1} = 0,95u_n + 3\,000.$$

2) On considère la suite v définie pour tout entier naturel n par $v_n = 60\,000 - u_n$.

a) Montrer que la suite v est une suite géométrique de raison 0,95.
Déterminer son premier terme.

b) Exprimer v_n en fonction de n.

c) En déduire que pour tout entier naturel n, $u_n = 10\,000(6 - 0,95^n)$.

d) Déterminer la limite de la suite u.

e) Interpréter le résultat précédent.

3) **a)** Résoudre dans l'ensemble des entiers naturels l'inéquation $u_n \geqslant 57\,000$

b) Interpréter ce résultat.

4) **a)** On souhaite écrire un algorithme affichant pour un entier naturel n donné, tous les termes de la suite du rang 0 au rang n. Parmi les trois algorithmes suivants, un seul convient. Préciser lequel.

Algorithme 1	Algorithme 2	Algorithme 3
Variables : A, U, N sont des nombres **Début de l'algorithme :** Saisir la valeur de A N prend la valeur 0 U prend la valeur 50 000 **Tant que** $U < A$ N prend la valeur $N + 1$ U prend la valeur $0,95U + 3\,000$ **Fin tant que** Afficher N **Fin algorithme**	**Variables :** U, I, N sont des nombres **Début de l'algorithme :** Saisir la valeur de N U prend la valeur 50 000 **Pour** I variant de 1 à N U prend la valeur $0,95U + 3\,000$ **Fin Pour** Afficher U **Fin algorithme**	**Variables :** U, I, N sont des nombres **Début de l'algorithme :** Saisir la valeur de N U prend la valeur 50 000 **Pour** I variant de 1 à N Afficher U U prend la valeur $0,95U + 3\,000$ **Fin Pour** Afficher U **Fin algorithme**

b) Lorsque $A = 57\,000$ l'algorithme 1 affiche 24. Interpréter ce résultat dans le contexte de l'énoncé.

Exercice 16

Dans une ville, un nouveau lycée vient d'ouvrir ses portes et accueille pour sa première rentrée 500 élèves. D'une année sur l'autre, le proviseur du lycée prévoit une perte de 30 % de l'effectif et l'arrivée de 300 nouveaux élèves.
On modélise cette situation par une suite numérique (u_n) où u_n représente le nombre d'élèves inscrits au lycée pour l'année $2013+n$, avec n entier naturel. On a donc $u_0 = 500$.

1) **a)** Calculer le nombre d'élèves qui seront inscrits au lycée en 2014.

b) Calculer Je nombre d'élèves qui seront inscrits au lycée en 2015.

2) Justifier que, pour tout entier naturel n, on a : $u_{n+1} = 0,7u_n + 300$.

3) On souhaite, pour un entier n donné, afficher tous les termes de la suite (u_n) du rang 0 au rang n.
Lequel des trois algorithmes suivants permet d'obtenir le résultat souhaité ? Justifier.

Algorithme 1	Algorithme 2	Algorithme 3
Variables : n, i entiers naturels, u nombre réel **Début algorithme** Lire n u prend la valeur 500 Pour i allant de 1 à n Afficher u u prend la valeur $0,7\times u+300$ Fin Pour **Fin algorithme**	**Variables :** n, i entiers naturels, u nombre réel **Début algorithme** Lire n u prend la valeur 500 Pour i allant de 1 à n Afficher u u prend la valeur $0,7\times u+300$ Fin Pour Afficher u **Fin algorithme**	**Variables :** n, i entiers naturels, u nombre réel **Début algorithme** Lire n u prend la valeur 500 Pour i allant de 1 à n u prend la valeur $0,7\times u+300$ Fin Pour Afficher u **Fin algorithme**

4) On considère la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n par : $v_n = u_n - 1\,000$.

a) Démontrer que la suite (v_n) est une suite géométrique de raison $q = 0,7$.

b) En déduire que, pour tout entier naturel n, $u_n = 1\,000 - 500\times 0,7^n$.

c) Déterminer la limite de la suite (u_n).

d) Interpréter le résultat précédent.

5) **a)** Résoudre dans l'ensemble des entiers naturels l'inéquation $u_n \geqslant 990$.

b) Interpréter le résultat trouvé précédemment.

Exercice 17

La suite (u_n) est définie pour tout nombre entier naturel n par :

$$\begin{cases} u_0 & = & 5 \\ u_{n+1} & = & \dfrac{1}{2}u_n + 1 \end{cases}$$

Partie A

1) On souhaite écrire un algorithme affichant, pour un entier naturel n non nul donné, tous les termes de la suite, du rang 0 au rang n.
Parmi les trois algorithmes suivants, un seul convient.
Indiquer lequel et justifier pourquoi les deux autres ne peuvent donner le résultat attendu.

Variables :
U est un nombre réel
i et N sont des nombres entiers
Début
Saisir une valeur pour N
U prend la valeur 5
Pour i de 0 à N faire
    Affecter à U la valeur $\frac{1}{2} \times U + 1$
Fin Pour
Afficher U
Fin
	Variables :
	U est un nombre réel
	i et N sont des nombres entiers
	Début
	Saisir une valeur pour N
	Pour i de 0 à N faire
	    U prend la valeur 5
	    Afficher U
	    Affecter à U la valeur $\frac{1}{2} \times U + 1$
	Fin Pour
	Fin
		Variables :
		U est un nombre réel
		i et N sont des nombres entiers
		Début
		Saisir une valeur pour N
		U prend la valeur 5
		Pour i de 0 à N faire
		    Afficher U
		    Affecter à U la valeur $\frac{1}{2} \times U + 1$
		Fin Pour
		Fin

algorithme 1	**algorithme 2**	**algorithme 3**

2) On saisit la valeur 9 pour N, l'affichage est le suivant :

5	3,5	2,75	2,375	2,185	2,093 8	2,046 9	2,023 4	2,011 7	2,005 9

Quelle conjecture peut-on émettre sur le sens de variation de cette suite ?

Partie B

On introduit une suite auxiliaire (v_n) définie, pour tout entier naturel n, par $v_n = u_n - 2$.

1) Montrer que (v_n) est une suite géométrique. Préciser sa raison q et son premier terme v_0.

2) Montrer que, pour tout nombre entier naturel n, on a $u_n = 2 + 3\left(\dfrac{1}{2}\right)^n$.

3) Étudier les variations de la suite (u_n).

4) Déterminer la limite de la suite (u_n).

5) À partir de quel rang a-t-on : $u_n - 2 \leqslant 10^{-6}$?

Exercice 18

On étudie l'évolution de la population d'une ville, depuis le 1er janvier 2008.

Partie A : un premier modèle

Pour cette partie, on admet que la population augmente de 3,5 % par an depuis le 1er janvier 2008.

1) Déterminer le pourcentage d'augmentation de la population entre le 1er janvier 2008 et le 1er janvier 2014. Donner une réponse à 0,1 % près.

2) À partir de 2008, on modélise la population de cette ville au 1er janvier à l'aide d'une suite :
Pour tout entier naturel n, on note u_n le nombre d'habitants, exprimé en centaines de milliers d'habitants, au 1er janvier de l'année $2008 + n$.
Au 1er janvier 2008, cette ville comptait 100 000 habitants.

- **a)** Que vaut u_0 ?
- **b)** Montrer que, pour tout entier naturel n, $u_n = 1,035^n$.
- **c)** Suivant ce modèle, en quelle année la population aura-t-elle doublé ? Justifier la réponse.

Partie B : un second modèle.

On modélise la population de cette ville à partir du 1er janvier 2008 par la fonction f définie sur $[0\ ;\ +\infty[$ par :

$$f(x) = \frac{3}{1 + 2\mathrm{e}^{-0,05x}}$$

où x désigne le nombre d'années écoulées depuis le 1er janvier 2008 et $f(x)$ le nombre d'habitants en centaines de milliers. On admet que f est croissante sur $[0\ ;\ +\infty[$.

On considère l'algorithme suivant :

Initialisation :	X prend la valeur 0
Traitement :	Tant que $f(X) \leqslant 2$
	X prend la valeur $X + 1$
	Fin Tant que
Sortie :	Afficher X

Si l'on fait fonctionner cet algorithme, alors le résultat affiché en sortie est 28. Interpréter ce résultat dans le contexte de ce problème.

Exercice 19

Un opérateur de téléphonie mobile constate que, chaque année, il perd 8 % de ses précédent abonnés et que, par ailleurs, il gagne 3 millions de nouveaux abonnés.
En 2013 le nombre d'abonnés est de 20 millions.
On s'intéresse au nombre d'abonnés, en millions, pour l'année $2013+n$. En supposant que cette évolution se poursuit de la même façon, la situation peut être modélisée par la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n, par :

$$\begin{cases} u_0 & = & 20 \\ u_{n+1} & = & 0,92u_n + 3. \end{cases}$$

Le terme u_n donne une estimation du nombre d'abonnés pour l'année $2013+n$.

Partie A

1) **a)** En utilisant cette modélisation, l'opérateur décide d'arrondir les résultats à 10^{-3}.
À quoi correspond ce choix d'arrondi ?

b) Déterminer le nombre d'abonnés en 2014 et en 2015.
On définit la suite (v_n) par $v_n = u_n - 37,5$ pour tout entier naturel n.

2) Démontrer que (v_n) est une suite géométrique de raison 0,92. Préciser son premier terme.

3) Exprimer v_n en fonction de n.
En déduire que, pour tout entier naturel $n,\ u_n = -17,5 \times 0,92^n + 37,5$.

4) Déterminer le nombre d'abonnés en millions en 2020. Arrondir les résultats à 10^{-3}.

5) Déterminer la limite de la suite (u_n).

6) L'opérateur peut-il espérer dépasser 30 millions d'abonnés ?

Partie B

Compte tenu des investissements, l'opérateur considère qu'il réalisera des bénéfices lorsque le nombre d'abonnés dépassera 25 millions.

1) Recopier et compléter l'algorithme suivant afin de déterminer le nombre d'années nécessaires à partir de 2013 pour que l'opérateur fasse des bénéfices.

Variables :	N un nombre entier naturel non nul
	U un nombre réel
Traitement :	Affecter à U la valeur 20
	Affecter à N la valeur 0
	Tant que ....
	affecter à U la valeur $0,92 \times U + 3$
	affecter à N la valeur $N+1$
	Fin Tant que
Sortie :	Afficher ....

2) En quelle année l'opérateur fera-t-il des bénéfices pour la première fois ?

Exercice 20

À l'automne 2010, Claude achète une maison à la campagne ; il dispose d'un terrain de 1 500 m^2 entièrement engazonné. Mais tous les ans, 20 % de la surface engazonnée est détruite et remplacée par de la mousse. Claude arrache alors, à chaque automne, la mousse sur une surface de 50m^2 et la remplace par du gazon.

Pour tout nombre entier naturel n, on note u_n la surface en m^2 de terrain engazonné au bout de n années, c'est-à-dire à l'automne $2010 + n$. On a donc $u_0 = 1\,500$.

1) Calculer u_1.

2) Justifier que, pour tout nombre entier naturel n, $u_{n+1} = 0,8u_n + 50$.

3) On considère la suite (v_n) définie pour tout nombre entier naturel n par : $v_n = u_n - 250$.

- **a)** Démontrer que la suite (v_n) est géométrique. Préciser son premier terme et sa raison.
- **b)** Exprimer v_n en fonction de n.
  En déduire que, pour tout nombre entier naturel n, $u_n = 250 + 1\,250 \times 0,8^n$.
- **c)** Quelle est la surface de terrain engazonné au bout de 4 années ?

4)
- **a)** Déterminer par le calcul la plus petite valeur de l'entier naturel n telle que :

$$250 + 1\,250 \times 0,8^n < 500$$

  Interpréter le résultat obtenu.
- **b)** Compléter l'algorithme fourni en annexe 1 pour qu'il affiche la solution obtenue à la question précédente.

5) Claude est certain que les mauvaises herbes ne peuvent envahir la totalité de son terrain.
A-t-il raison ? Justifier la réponse.

Annexe à rendre avec la copie

Initialisation	
	u prend la valeur 1 500
	n prend la valeur 0
Traitement	
	Tant que .... faire
	u prend la valeur ....
	n prend la valeur ....
	Fin Tant que
Sortie	
	Afficher n

Exercice 21

Une personne décide d'ouvrir un compte épargne le premier janvier 2014 et d'y placer 2 000 euros. Le placement à intérêts composés est au taux annuel de 3 %. Elle verse 150 euros sur ce compte tous les 1[er] janvier suivants.
Pour tout entier naturel n , on note u_n le montant présent sur ce compte au premier janvier de l'année $2014 + n$ après le versement de 150 euros. On a $u_0 = 2\,000$.
Dans tout l'exercice, les résultats seront arrondis à 10^{-2} près.

Partie A

1) Calculer les termes u_1 et u_2 de la suite (u_n).

2) Justifier que pour tout entier naturel n on a : $u_{n+1} = 1,03u_n + 150$.

3) Pour tout entier n, on pose $v_n = u_n + 5\,000$.
Démontrer que la suite (v_n) est une suite géométrique de raison $1,03$.

4) Exprimer v_n en fonction de n et en déduire que pour tout nombre entier n on a :

$$u_n = 7\,000 \times 1,03^n - 5\,000.$$

5) À partir de quelle année, cette personne aura-t-elle au moins 4 000 euros sur son compte épargne ? Indiquer la façon dont la réponse a été trouvée.

Partie B

L'algorithme ci-dessous modélise l'évolution d'un autre compte épargne, ouvert le premier janvier 2014, par une seconde personne.

Variables :	C et D sont des nombres réels
	N est un nombre entier
Entrée :	Saisir une valeur pour C
Traitement :	Affecter à N la valeur 0
	Affecter à D la valeur $2\times$ C
	Tant que C $<$ D faire
	affecter à C la valeur $1,03 \times$ C $+ 600$
	affecter à N la valeur N $+1$
	Fin du Tant que
Sortie :	Afficher N

1) **a)** Que représente la variable C dans cet algorithme ?

b) Quel est le taux de ce placement ?

c) Quel est le versement annuel fait par cette personne ?

2) On saisit, pour la variable C, la valeur 3 000.

a) Pour cette valeur de C, en suivant pas à pas l'algorithme précédent, recopier le tableau suivant et le compléter en ajoutant autant de colonnes que nécessaire.

Valeur de C	3 000			
Valeur de N	0			
Valeur de D	6 000			
Test C $<$ D	vrai			

b) Qu'affiche l'algorithme ? Interpréter ce résultat.

Exercice 22

En 2008, une entreprise internationale s'est dotée d'un centre de visio-conférence qui permet de réaliser de grandes économies dans le budget ≪ déplacement des cadres ≫.
Lors d'un conseil d'administration de fin d'année, le responsable du centre de visio-conférence fait le compte rendu suivant : on a observé un fort accroissement de l'utilisation de cette technologie, le nombre de visio-conférences, qui était de 30 en 2008, a augmenté de 20 % tous les ans.

1) On s'intéresse au nombre d'utilisations de la visio-conférence lors de l'année $2008+n$. On modélise la situation par une suite géométrique (u_n) où le terme u_n est une estimation de ce nombre d'utilisations lors de l'année $2008+n$.

- **a)** Donner la raison q et le premier terme u_0 de cette suite.
- **b)** Donner l'expression de u_n en fonction de n.
- **c)** Vérifier qu'en 2013 on a atteint 74 utilisations de la visio-conférence.

2) On considère l'algorithme suivant :

Variables :	n est un nombre entier naturel
	U et A sont des nombres réels
Entrée :	Saisir A
Traitement :	Affecter à U la valeur 30
	Affecter à n la valeur 0
	Tant que $U < A$ faire
	U prend la valeur $U + U \times 0,2$
	n prend la valeur $n+1$
	Fin Tant que
Sortie :	Afficher n

- **a)** On donne la valeur 100 à A. Recopier et compléter autant que nécessaire le tableau suivant.
  Les valeurs de U seront données approchées par défaut à l'entier près.

Test $U < A$		vrai		....
Valeur de U	30	36		....
Valeur de n	0	1		....

- **b)** Quelle est la valeur affichée en sortie de cet algorithme ?
- **c)** Interpréter cette valeur affichée dans le contexte de ce problème.

3) Le coût de l'installation des appareils de visio-conférence sera amorti quand le nombre total d'utilisations aura dépassé 400.
À partir de quelle année cette installation sera-t-elle amortie ? Justifier la réponse.

Exercice 23

On comptait 700 élèves dans un lycée lors de la rentrée de 2012.
À la fin de chaque année scolaire, après le départ des nouveaux bacheliers et des élèves quittant l'établissement, le lycée conserve 70 % de son effectif pour l'année suivante.
Il reçoit 240 nouveaux élèves à chaque rentrée.

1) Calculer le nombre d'élèves dans le lycée aux rentrées 2013 et 2014.

2) On définit la suite (a_n) par :

$$a_0 = 700 \quad \text{et, pour tout entier naturel } n,\ a_{n+1} = 0,7 \times a_n + 240.$$

Soit la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n par $u_n = a_n - 800$.

- **a)** Montrer que la suite (u_n) est une suite géométrique de raison $0,7$.
  Préciser son premier terme.
- **b)** Exprimer u_n en fonction de n.
- **c)** En déduire l'expression de a_n en fonction de n.

3) On choisit de modéliser le nombre d'élèves du lycée par les termes de la suite (a_n).
Il faudra agrandir le lycée dès que l'effectif sera supérieur ou égal à 780 élèves.

- **a)** Montrer que résoudre l'inéquation $800 - 100 \times 0,7^n \geqslant 780$ revient à résoudre l'inéquation $0,7^n \leqslant 0,2$.
- **b)** En quelle année faudra-t-il agrandir le lycée ?

Exercice 24

Une agence de presse a la charge de la publication d'un journal hebdomadaire traitant des informations d'une communauté de communes dans le but de mieux faire connaître les différents évènements qui s'y déroulent.

Un sondage prévoit un accueil favorable de ce journal dans la population.
Une étude de marché estime à 1 200 le nombre de journaux vendus lors du lancement du journal avec une progression des ventes de 2 % chaque semaine pour les éditions suivantes.
L'agence souhaite dépasser les 4 000 journaux vendus par semaine.
On modélise cette situation par une suite (u_n) où u_n représente le nombre de journaux vendus n semaines après le début de l'opération. On a donc $u_0 = 1\,200$.

1) Calculer le nombre u_1 de journaux vendus une semaine après le début de l'opération.

2) Écrire, pour tout entier naturel n, l'expression de u_n en fonction de n.

3) Déterminer à partir de combien de semaines le nombre de journaux vendus sera supérieur à 1 500.

4) Voici un algorithme :

VARIABLES :	U est un réel
	N est un entier naturel
INITIALISATION :	U prend la valeur 1 200
	N prend la valeur 0
TRAITEMENT :	Tant que $U < 4\,000$
	N prend la valeur $N+1$
	U prend la valeur $1,02 \times U$
	Fin du Tant que
SORTIE :	Afficher N

a) Déterminer la valeur de N affichée par cet algorithme.

b) Interpréter le résultat précédent.

5) **a)** Montrer que, pour tout entier n, on a :

$$1 + 1,02 + 1,02^2 + \cdots + 1,02^n = 50 \times \left(1,02^{n+1} - 1\right).$$

b) On pose, pour tout entier n, $S_n = u_0 + u_1 + \cdots + u_n$.
À l'aide de la question précédente, montrer que l'on a :
$S_n = 60\,000 \times \left(1,02^{n+1} - 1\right)$.

c) Déduire de la question précédente le nombre total de journaux vendus au bout de 52 semaines. Le résultat sera arrondi à l'unité.

Exercice 25

Le service commercial d'une société possédant plusieurs salles de sport dans une grande ville a constaté que l'évolution du nombre d'abonnés était définie de la manière suivante :

- chaque année, la société accueille 400 nouveaux abonnés ;
- chaque année 40 % des abonnements de l'année précédente ne sont pas renouvelés.

En 2010 cette société comptait 1 500 abonnés.
On considère la suite (a_n) définie par

$$a_{n+1} = 0,6a_n + 400 \quad \text{et} \quad a_0 = 1\,500.$$

1) Justifier que la suite (a_n) modélise le nombre d'abonnés pour l'année $2010 + n$.

2) On considère la suite (v_n) définie par $v_n = a_n - 1\,000$.

- **a)** Montrer que la suite (v_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.
- **b)** Déterminer l'expression de v_n en fonction de n.
- **c)** En déduire que : $a_n = 500 \times 0,6^n + 1\,000$.

3) En 2010 le prix d'un abonnement annuel dans une salle de sport de cette société était de 400 €.

- **a)** Quelle a été la recette de cette société en 2010 ?
  Chaque année le prix de cet abonnement augmente de 5 %.
  On note P_n le prix de l'abonnement annuel pour l'année $2010 + n$.
- **b)** Indiquer la nature de la suite (P_n) en justifiant la réponse.
  En déduire l'expression de P_n en fonction de n.
- **c)** Montrer que, pour l'année $2010 + n$, la recette totale annuelle R_n réalisée par la société pour l'ensemble de ses salles de sport est donnée par :

$$R_n = (500 \times 0,6^n + 1\,000) \times (400 \times 1,05^n)\,.$$

- **d)** Trouver, à l'aide de votre calculatrice, l'année où, pour la première fois, la recette de cette société dépassera celle obtenue en 2010.

Exercice 26

Dans une grande entreprise, les commerciaux ont le choix de services de téléphonie mobile exclusivement entre deux opérateurs concurrents : A et B.
On s'intéresse aux parts de marché de ces deux opérateurs chez les commerciaux de cette entreprise.
Chaque commercial dispose d'un seul abonnement chez l'un ou l'autre des opérateurs : A et B.
Les abonnements sont souscrits pour une période d'un an, à partir du 1er janvier.
Une statistique, menée sur les choix des commerciaux, a révélé que :

- parmi les abonnés de l'opérateur A, 18 % d'entre eux, en fin d'année, changent d'opérateur ;
- parmi les abonnés de l'opérateur B, 22 % d'entre eux, en fin d'année, changent d'opérateur.

On admet que les mouvements d'abonnés d'un opérateur à l'autre se poursuivront dans ces proportions dans les années à venir.
De plus on sait qu'au 1er janvier 2014, 40 % des commerciaux avaient souscrit un abonnement chez A et 60 % chez B.
On note, pour tout entier naturel n :

- u_n la proportion de commerciaux disposant d'un abonnement chez A au 1er janvier de l'année $2014+n$:
- v_n la proportion de commerciaux disposant d'un abonnement chez B au 1er janvier de l'année $2014+n$.

On a donc $u_0 = 0,4$ et $v_0 = 0,6$.

1) Justifier que $u_{n+1} = 0,82u_n + 0,22v_n$ et que $u_n + v_n = 1$.

2) En déduire que pour tout entier naturel n : $u_{n+1} = 0,6u_n + 0,22$.

3) On considère la suite (w_n) définie pour tout entier naturel n par
$w_n = u_n - 0,55$.

  a) Montrer que (w_n) est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison.

  b) En déduire l'expression de w_n en fonction de n.

  c) Montrer que pour tout entier naturel n, $u_n = 0,55 - 0,15 \times (0,6)^n$.

4) Conjecturer la limite de la suite (u_n). Comment interpréter ce résultat sur l'évolution des parts de marché dans les années futures ?

Exercice 27

Un apiculteur souhaite étendre son activité de production de miel à une nouvelle région. En juillet 2014, il achète 300 colonies d'abeilles qu'il installe dans cette région.
Après renseignements pris auprès des services spécialisés, il s'attend à perdre 8 % des colonies durant l'hiver. Pour maintenir son activité et la développer, il a prévu d'installer 50 nouvelles colonies chaque printemps.

1) On considère l'algorithme suivant :

Variables :	n est un nombre entier naturel
	C est un nombre réel
Traitement :	Affecter à C la valeur 300
	Affecter à n la valeur 0
	Tant que $C < 400$ faire
	C prend la valeur $C - C \times 0,08 + 50$
	n prend la valeur $n + 1$
	Fin Tant que
Sortie :	Afficher n

a) Recopier et compléter le tableau ci-dessous en ajoutant autant de colonnes que nécessaire. Les résultats seront arrondis à l'entier le plus proche.

Test $C < 400$		vrai		$\ldots$
Valeur de C	300	326		$\ldots$
Valeur de n	0	1		$\ldots$

b) Quelle valeur est affichée à la fin de l'exécution de cet algorithme ? Interpréter cette valeur dans le contexte de ce problème.

2) On modélise l'évolution du nombre de colonies par une suite (C_n) le terme C_n donnant une estimation du nombre de colonies pendant l'année $2014 + n$. Ainsi $C_0 = 300$ est le nombre de colonies en 2014.

a) Exprimer pour tout entier n le terme C_{n+1} en fonction de C_n.

b) On considère la suite (V_n) définie pour tout entier n par $V_n = 625 - C_n$.
Montrer que pour tout nombre entier n on a $V_{n+1} = 0,92 \times V_n$.

c) En déduire que pour tout entier naturel n, on a $C_n = 625 - 325 \times 0,92^n$.

d) Combien de colonies l'apiculteur peut-il espérer posséder en juillet 2024 ?

3) L'apiculteur espère doubler son nombre initial de colonies. Il voudrait savoir combien d'années il lui faudra pour atteindre cet objectif.

a) Comment modifier l'algorithme pour répondre à sa question ?

b) Donner une réponse à cette question de l'apiculteur.

Exercice 28

Une retenue d'eau artificielle contient $100\,000$ m^3 d'eau le 1$^{\text{er}}$ juillet 2013 au matin.
La chaleur provoque dans la retenue une évaporation de 4 % du volume total de l'eau par jour. De plus, chaque soir, on doit libérer de la retenue 500 m^3 pour l'irrigation des cultures aux alentours.
Cette situation peut être modélisée par une suite (u_n).
Le premier juillet 2013 au matin, le volume d'eau en m^3 est $u_0 = 100\,000$.
Pour tout entier naturel n supérieur à 0, u_n désigne le volume d'eau en m^3 au matin du n-ième jour qui suit le 1$^{\text{er}}$ juillet 2013.

1) **a)** Justifier que le volume d'eau u_1 au matin du 2 juillet 2013 est égal à 95 500 m^3.

b) Déterminer le volume d'eau u_2, au matin du 3 juillet 2013.

c) Montrer que, pour tout entier naturel n, on a $u_{n+1} = 0,96u_n - 500$.

2) Pour déterminer à quelle date la retenue ne contiendra plus d'eau, on a commencé par élaborer l'algorithme ci-dessous.
Recopier et compléter les lignes L6, L7 et L9 de cet algorithme pour qu'il donne le résultat attendu.

L1	**Variables :**	u est un nombre réel
L2		$n$est un entier naturel
L3	**Traitement :**	Affecter à u la valeur 100 000
L4		Affecter à n la valeur 0
L5		Tant que $u > 0$
L6		Affecter à n la valeur ...
L7		Affecter à u la valeur ...
L8		Fin Tant que
L9	**Sortie :**	Afficher ...

3) On considère la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n par $v_n = u_n + 12\,500$.

a) Montrer que la suite (v_n) est une suite géométrique de raison $0,96$. Préciser son premier terme.

b) Exprimer v_n en fonction de n.

c) En déduire que, pour tout entier naturel n, $u_n = 112\,500 \times 0,96^n - 12\,500$.

4) **a)** Résoudre dans l'ensemble des entiers naturels l'inéquation $112\,500 \times 0,96^n - 12\,500 \leqslant 0$.

b) Interpréter ce résultat dans le contexte de l'énoncé.

Exercice 29

Dans une réserve naturelle, on étudie l'évolution de la population d'une race de singes en voie d'extinction à cause d'une maladie.

PARTIE A

Une étude sur cette population de singes a montré que leur nombre baisse de 15 % chaque année.
Au 1er janvier 2004, la population était estimée à 25 000 singes.
A l'aide d'une suite, on modélise la population au 1er janvier de chaque année. Pour tout entier naturel n, le terme u_n de la suite représente le nombre de singes au 1er janvier de l'année
$2004 + n$. On a ainsi $u_0 = 25\,000$.

1) Calculer l'effectif de cette population de singes :

- **a)** au 1er janvier 2005 ;
- **b)** au 1er janvier 2006, en arrondissant à l'entier.

2) Justifier que, pour tout entier naturel n, on a $u_n = 25\,000 \times 0,85^n$.

3) Suivant ce modèle, on souhaite savoir, à l'aide d'un algorithme, au bout de combien d'années après le 1er janvier 2004 le nombre de singes sera inférieur à 5 000.
Recopier et compléter les lignes L4, L5 et L6 de l'algorithme ci-dessous.

L1 :	Variables	u un réel, n un entier
L2 :	Initialisation	u prend la valeur 25 000
L3 :		n prend la valeur 0
L4 :	Traitement	Tant que . . . . faire
L5 :		u prend la valeur . . . .
L6 :		n prend la valeur . . . .
L7 :		Fin Tant que
L8 :	Sortie	Afficher n

4) Montrer que la valeur n affichée après l'exécution de l'algorithme est 10.

PARTIE B

Au 1er janvier 2014, une nouvelle étude a montré que la population de cette race de singes, dans la réserve naturelle, ne comptait plus que 5 000 individus. La maladie prenant de l'ampleur, on met en place un programme de soutien pour augmenter le nombre de naissances. À partir de cette date, on estime que, chaque année, un quart des singes disparaît et qu'il se produit 400 naissances.
On modélise la population de singes dans la réserve naturelle à l'aide d'une nouvelle suite. Pour tout entier naturel n, le terme v_n de la suite représente le nombre de singes au 1er janvier de l'année $2014 + n$. On a ainsi $v_0 = 5\,000$.

1)
- **a)** Calculer v_1 et v_2.
- **b)** justifier que, pour tout entier naturel n, on a $v_{n+1} = 0,75 \times v_n + 400$.

2) On considère la suite (w_n) définie pour tout entier naturel n par $w_n = v_n - 1\,600$.

- **a)** Montrer que (w_n) est une suite géométrique de raison $0,75$. Préciser la valeur de w_0.
- **b)** Pour tout entier naturel n, exprimer w_n en fonction de n.
- **c)** En déduire que pour tout entier naturel n, on a $v_n = 1\,600 + 3\,400 \times 0,75^n$.
- **d)** Calculer la limite de la suite (v_n) et interpréter ce résultat.

Exercice 30

Depuis le 1er janvier 2015, une commune dispose de vélos en libre service. La société Bicycl'Aime est chargée de l'exploitation et de l'entretien du parc de vélos.
La commune disposait de 200 vélos au 1er janvier 2015.
La société estime que, chaque année, 15 % des vélos sont retirés de la circulation à cause de dégradations et que 42 nouveaux vélos sont mis en service.
On modélise cette situation par une suite (u_n) où u_n représente le nombre de vélos de cette commune au 1er janvier de l'année $2015 + n$.

1) Déterminer le nombre de vélos au 1er janvier 2016.

2) Justifier que la suite (u_n) est définie par $u_0 = 200$ et, pour tout entier naturel n, par :

$$u_{n+1} = 0,85u_n + 42.$$

3) On donne l'algorithme suivant :

Variables :	N entier
	U réel
Initialisation :	N prend la valeur 0
	U prend la valeur 200
Traitement :	Tant que $N < 4$
	U prend la valeur $0,85 \times U + 42$
	N prend la valeur $N + 1$
	Fin tant que
Sortie :	Afficher U

a) Recopier et compléter le tableau suivant en arrondissant les résultats à l'unité. Quel nombre obtient-on à l'arrêt de l'algorithme ?

U	200				
N	0	1	2	3	4
Condition $N < 4$	Vrai				

b) Interpréter la valeur du nombre U obtenue à l'issue de l'exécution de cet algorithme.

4) On considère la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n par $v_n = u_n - 280$.

a) Montrer que la suite (v_n) est géométrique de raison $0,85$ et de premier terme $v_0 = -80$.

b) Pour tout entier naturel n, exprimer v_n en fonction de n.

c) En déduire que, pour tout entier naturel n, on a $u_n = -80 \times 0,85^n + 280$.

d) Calculer la limite de la suite (u_n) et interpréter ce résultat.

5) La société Bicycl'Aime facture chaque année à la commune 300 € par vélo en circulation au 1er janvier.
Déterminer le coût total pour la période du 1er janvier 2015 au 31 décembre 2019, chacun des termes utilisés de la suite (u_n) étant exprimé avec un nombre entier.

Exercice 31

Les techniciens d'un aquarium souhaitent régler le distributeur automatique d'un produit visant à améliorer la qualité de l'eau dans un bassin. La concentration recommandée du produit, exprimée en mg.l^{-1} (milligramme par litre), doit être comprise entre 140 mg.l^{-1} et 180 mg.$^{-1}$.
Au début du test, la concentration du produit dans ce bassin est de 160 mg.l^{-1}.
On estime que la concentration du produit baisse d'environ 10 % par semaine.
Afin de respecter les recommandations portant sur la concentration du produit, les techniciens envisagent de régler le distributeur automatique de telle sorte qu'il déverse chaque semaine une certaine quantité de produit.
Les techniciens cherchent à déterminer cette quantité de façon à ce que :

- la concentration du produit soit conforme aux recommandations sans intervention de leur part, pendant une durée de 6 semaines au moins ;
- la quantité de produit consommée soit minimale.

Partie A

Dans cette partie, on suppose que la quantité de produit déversée chaque semaine par le distributeur automatique est telle que la concentration augmente de 10 mg.l^{-1}.
On s'intéresse à l'évolution de la concentration chaque semaine. La situation peut être modélisée par une suite (C_n), le terme en donnant une estimation de la concentration du produit, en mg.$^{-1}$, au début de la n-ième semaine. On a $C_0 = 160$.

1) Justifier que, pour tout entier naturel n, $C_{n+1} = 0,9 \times C_n + 10$.

2) Soit la suite (V_n) définie pour tout entier naturel n par : $V_n = C_n - 100$.

- **a)** Montrer que la suite (V_n) est une suite géométrique de raison $0,9$ et que $V_0 = 60$.
- **b)** Exprimer V_n en fonction de n.
- **c)** En déduire que pour tout entier naturel n, $C_n = 0,9^n \times 60 + 100$.

3)
- **a)** Déterminer la limite de la suite (C_n) quand n tend vers l'infini. Justifier la réponse.
Interpréter le résultat au regard de la situation étudiée.
- **b)** Au bout de combien de semaines la concentration devient -elle inférieure à 140 mg.l $^{-1}$?

4) Le réglage envisagé du distributeur répond-il aux attentes ?

Partie B

Dans cette partie, on suppose que la quantité de produit déversée chaque semaine par le distributeur automatique est telle que la concentration augmente de 12 mg.l^{-1}. Que penser de ce réglage au regard des deux conditions fixées par les techniciens ?

Exercice 32

Valentine place un capital c_0 dans une banque le 1er janvier 2014 au taux annuel de 2 %. À la fin de chaque année les intérêts sont ajoutés au capital, mais les frais de gestion s'élèvent à 25 € par an.
On note c_n la valeur du capital au 1er janvier de l'année $2014 + n$.

Partie A

On considère l'algorithme ci-dessous :

Initialisation
Affecter à N la valeur 0
Traitement
Saisir une valeur pour C
    Tant que $C < 2\,000$ faire
        Affecter à N la valeur $N + 1$
        Affecter à C la valeur $1,02C - 25$
    Fin Tant que
Sortie
Afficher N

1) **a)** On saisit la valeur 1 900 pour C. Pour cette valeur de C, recopier le tableau ci-dessous et le compléter, en suivant pas à pas l'algorithme précédent et en ajoutant autant de colonnes que nécessaire.

Valeur de N	0		
Valeur de C	1 900		

b) Quel est le résultat affiché par l'algorithme ? Dans le contexte de l'exercice, interpréter ce résultat.

2) Que se passerait-il si on affectait la valeur 1 250 à C ?

Partie B

Valentine a placé 1 900 € à la banque au 1er janvier 2014. On a donc $c_0 = 1\,900$.

1) Expliquer pourquoi, pour tout nombre entier naturel n, on a : $c_{n+1} = 1,02c_n - 25$.

2) Soit (u_n) la suite définie, pour tout nombre entier naturel n, par $u_n = c_n - 1\,250$.

a) Montrer que la suite (u_n) est une suite géométrique, dont on précisera la raison et le premier terme.

b) Soit n un nombre entier naturel ; exprimer u_n en fonction de n.
En déduire que, pour tout nombre entier naturel n, on a : $c_n = 650 \times 1,02^n + 1\,250$.

3) Montrer que la suite (c_n) est croissante.

4) Déterminer, par la méthode de votre choix, le nombre d'années nécessaires pour que la valeur du capital dépasse 2 100 €.

Exercice 33

Le fonctionnement de certaines centrales géothermiques repose sur l'utilisation de la chaleur du sous-sol. Pour pouvoir exploiter cette chaleur naturelle, il est nécessaire de creuse plusieurs puits suffisamment profonds.
Lors de la construction d'une telle centrale, on modélise le tarif pour le forage du premier puits par la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n non nul, par :

$$u_n = 2\,000 \times 1,008^{n-1}$$

où u_n représente le coût en euros du forage de la n-ième dizaine de mètres.
On a ainsi $u_1 = 2\,000$ et $u_2 = 2\,016$, c'est-à-dire que le forage des dix premiers mètres coûte 2 000 euros, et celui des dix mètres suivants coûte 2 016 euros.

Dans tout l'exercice, arrondir les résultats obtenus au centième.

1) Calculer u_3 puis le coût total de forage des 30 premiers mètres.

2) Pour tout entier naturel n non nul :

- **a)** Exprimer u_{n+1} en fonction de u_nn et préciser la nature de la suite (u_n).
- **b)** En déduire le pourcentage d'augmentation du coût du forage de la $(n+1)$-ième dizaine de mètres par rapport à celui de la n-ième dizaine de mètres.

3) On considère l'algorithme ci-dessous :

```
INITIALISATION
u prend la valeur 2 000
S prend la valeur 2 000
TRAITEMENT
Saisir n
Pour i allant de 2 à n
        u prend la valeur u × 1,008
        S prend la valeur S + u
Fin Pour
SORTIE
Afficher S
```

La valeur de n saisie est 5.

- **a)** Faire fonctionner l'algorithme précédent pour cette valeur de n.
  Résumer les résultats obtenus à chaque étape dans le tableau ci-dessous (à recopier sur la copie et à compléter en ajoutant autant de colonnes que nécessaire).

Valeur de i		2	
Valeur de u	2 000		
Valeur de S	2 000		

- **b)** Quelle est la valeur de S affichée en sortie ? Interpréter cette valeur dans le contexte de cet exercice.

4) On note $S_n = u_1 + u_2 + \cdots + u_n$ la somme des n premiers termes de la suite (u_n), n étant un entier naturel non nul. On admet que :

$$S_n = -250\,000 + 250\,000 \times 1,008^n.$$

Le budget consenti pour le forage du premier puits est de 125 000 euros, On souhaite déterminer la profondeur maximale du puits que l'on peut espérer avec ce budget.

- **a)** Calculer la profondeur maximale par la méthode de votre choix (utilisation de la calculatrice, résolution d'une inéquation . . .).
- **b)** Modifier l'algorithme précédent afin qu'il permette de répondre au problème posé.

Exercice 34

En 2010, un opérateur de téléphonie mobile avait un million de clients. Depuis, chaque année, l'opérateur perd 10 % de ses clients, mais regagne dans le même temps 60 000 nouveaux clients.

1) **a)** On donne l'algorithme ci-dessous. Expliquer ce que l'on obtient avec cet algorithme.

```
Variables :    k, NbClients
Traitement :   Affecter à k la valeur 0
               Affecter à NbClients la valeur 1 000 000
               Tant que k < 8
                  | affecter à k la valeur k + 1
                  | affecter à NbClients la valeur 0,9 × NbClients + 60 000
                  | Afficher NbClients
               Fin Tant que
```

b) Recopier et compléter le tableau ci-dessous avec toutes les valeurs affichées pour k de 0 jusqu'à 5.

k	0	1	2	3	4	5
NbClients						

2) En supposant que cette évolution se poursuit de la même façon, la situation peut être modélisée par la suite (U_n) définie pour tout entier naturel n, par :

$$\begin{cases} U_0 &= 1\,000 \\ U_{n+1} &= 0,9U_n + 60. \end{cases}$$

Le terme U_n donne une estimation du nombre de clients, en millier, pour l'année $2010 + n$.

Pour étudier la suite (U_n), on considère la suite (V_n) définie pour tout entier naturel n par $V_n = U_n - 600$.

a) Montrer que la suite (V_n) est géométrique de raison 0,9.

b) Déterminer l'expression de V_n en fonction de n.

c) Montrer que pour tout entier naturel n, on a $U_n = 400 \times 0,9^n + 600$.

d) Montrer que la suite (U_n) est décroissante. Interpréter le résultat dans le contexte de ce problème.

3) À la suite d'une campagne publicitaire conduite en 2013, l'opérateur de téléphonie observe une modification du comportement de ses clients.

Chaque année à compter de l'année 2014, l'opérateur ne perd plus que 8 % de ses clients et regagne 100 000 nouveaux clients.

On admet que le nombre de clients comptabilisés en 2014 était égal à 860 000.

En supposant que cette nouvelle évolution se poursuive durant quelques années, déterminer le nombre d'années nécessaire pour que l'opérateur retrouve au moins un million de clients.

Exercice 35

Dans une ville, un opéra décide de proposer à partir de 2014 un abonnement annuel pour ses spectacles.
L'évolution du nombre d'abonnés d'une année à la suivante est modélisée par le directeur de l'opéra qui prévoit que 75 % des personnes abonnées renouvelleront leur abonnement l'année suivante et qu'il y aura chaque année 300 nouveaux abonnés.
Ainsi, pour tout entier naturel $n,\ u_n$ modélise le nombre d'abonnés pour l'année $(2014 + n)$.
Pour l'année 2014, il y a 500 abonnés, autrement dit $u_0 = 500$.

1) Calculer u_1 et u_2. Arrondir à l'entier.

2) Expliquer pourquoi, pour tout entier naturel $n,\ u_{n+1} = 0,75u_n + 300$.

3) On définit la suite (v_n) par : pour tout entier naturel $n,\ v_n = u_n - 1\,200$.

- **a)** Montrer que la suite (v_n) est géométrique de raison $0,75$ et préciser v_0.
- **b)** En déduire alors que pour tout entier naturel $n,\ u_n = -700 \times 0,75^n + 1\,200$.
- **c)** Calculer u_{10} (arrondir à l'entier). Donner une interprétation concrète de la valeur trouvée.

4) On souhaite écrire un algorithme qui permette d'afficher l'année à partir de laquelle le nombre d'abonnements sera supérieur à 1 190.

On propose trois algorithmes :

Algorithme 1
Affecter à n la valeur 0
Affecter à U la valeur 500
Tant que $U \leqslant 1\,190$
  Affecter à n la valeur $n + 1$
  Affecter à U la valeur
  $-700 \times 0,75^n + 1\,200$
Fin Tant que
Affecter à n la valeur $n + 2\,014$
Afficher n

Algorithme 2
Affecter à n la valeur 0
Affecter à U la valeur 500
Tant que $U \leqslant 1\,190$
  Affecter à U la valeur
  $-700 \times 0,75^n + 1\,200$
  Affecter à n la valeur $n + 1$
Fin Tant que
Affecter à n la valeur $n + 2\,014$
Afficher n

Algorithme 3
Affecter à n la valeur 0
Affecter à U la valeur 500
Tant que $U \leqslant 1\,190$
  Affecter à n la valeur $n + 1$
  Affecter à U la valeur
  $-700 \times 0,75^n + 1\,200$
  Affecter à n la valeur $n + 2\,014$
Fin Tant que
Afficher n

Parmi ces trois algorithmes, déterminer lequel convient pour répondre au problème posé et expliquer pourquoi les deux autres ne conviennent pas.

Exercice 36

Un couple fait un placement au taux annuel de 2 % dont les intérêts sont capitalisés tous les ans. Son objectif est de constituer un capital de 18 000 euros.
Le couple a placé le montant de 1 000 euros à l'ouverture le 1er janvier 2010 puis, tous les ans à chaque 1er janvier, verse 2 400 euros.

1) Déterminer le capital présent sur le compte le 1er janvier 2011 après le versement annuel.

2) On veut déterminer la somme présente sur le compte après un certain nombre d'années.
On donne ci-dessous trois algorithmes :

algorithme 1	algorithme 2	algorithme 3

Variables :
U est un nombre réel
i et N sont des nombres entiers
Entrée
Saisir une valeur pour N
Début traitement
Affecter 1 000 à U
Pour i de 1 à N faire
— Affecter $1,02 \times U + 2\,400$ à U
Fin Pour
Afficher U
Fin traitement
	Variables :
	U est un nombre réel
	i et N sont des nombres entiers
	Entrée
	Saisir une valeur pour N
	Début traitement
	Pour i de 1 à N faire
	  Affecter 1 000 à U
	  Affecter $1,02 \times U + 2\,400$ à U
	Fin Pour
	Afficher U
	Fin traitement
		Variables :
		U est un nombre réel
		i et N sont des nombres entiers
		Entrée
		Saisir une valeur pour N
		Début traitement
		Affecter 1 000 à U
		Pour i de 1 à N faire
		  Affecter $1,02 \times U + 2\,400$ à U
		  Affecter $N + 1$ à N
		Fin Pour
		Afficher U
		Fin traitement

a) Pour la valeur 5 de N saisie dans l'algorithme 1, recopier puis compléter, en le prolongeant avec autant de colonnes que nécessaire, le tableau ci-dessous (arrondir les valeurs calculées au centième).

valeur de i	xxx	1	...
valeur de U	1 000		...

b) Pour la valeur 5 de N saisie, quel affichage obtient-on en sortie de cet algorithme ?
Comment s'interprète cet affichage ?

c) En quoi les algorithmes 2 et 3 ne fournissent pas la réponse attendue ?

3) À partir de la naissance de son premier enfant en 2016, le couple décide de ne pas effectuer le versement du premier janvier 2017 et de cesser les versements annuels tout en laissant le capital sur ce compte rémunéré à 2 %.
Au premier janvier de quelle année l'objectif de 18 000 euros est-il atteint ?

Exercice 37

Dans une ville, un service périscolaire comptabilise 150 élèves inscrits en septembre 2014. On admet que, chaque année, 80 % des élèves inscrits renouvelleront leur inscription l'année suivante et qu'il y aura 40 nouveaux élèves inscrits. La capacité d'accueil du périscolaire est de 190 élèves maximum.
On modélise cette situation par une suite numérique (u_n) où u_n représente le nombre d'élèves inscrits au périscolaire en septembre de l'année $2014 + n$, avec n un nombre entier naturel.
On a donc $u_0 = 150$.

1) Calculer le nombre d'élèves qui seront inscrits au périscolaire en septembre 2015.

2) Pour tout entier naturel n, justifier que $u_{n+1} = 0,8u_n + 40$.

3) On donne l'algorithme suivant :

Initialisation
Affecter à n la valeur 0
Affecter à U la valeur 150

Traitement
Tant que $U \leqslant 190$
  n prend la valeur $n + 1$
  U prend la valeur $0,8U + 40$
Fin tant que

Sortie Afficher le nombre $2014 + n$

a) Recopier et compléter le tableau suivant par autant de colonnes que nécessaire pour retranscrire l'exécution de l'algorithme. Arrondir les résultats au centième.

Valeur de n	0	1	2	
Valeur de U	150			
Condition $U \leqslant 190$	vraie			

b) En déduire l'affichage obtenu en sortie de l'algorithme et interpréter ce résultat.

4) On considère la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n par $v_n = u_n - 200$.

a) Montrer que la suite (v_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.

b) Pour tout entier naturel n, démontrer que $u_n = 200 - 50 \times 0,8^n$.

c) Déterminer par le calcul le plus petit entier naturel n tel que :

$$200 - 50 \times 0,8^n > 190.$$

d) À partir de quelle année la directrice du périscolaire sera-t-elle obligée de refuser des inscriptions faute de places disponibles ?

Exercice 38

Claudine est une passionnée de lecture abonnée à l'hebdomadaire littéraire ≪ La Lecture ≫. Elle se rend une fois par semaine à la bibliothèque et elle demande ou non l'avis du bibliothécaire sur le livre mis en valeur dans l'hebdomadaire ≪ La Lecture ≫. Son souhait de demander un avis change d'une semaine sur l'autre selon le plaisir qu'elle a eu à lire le livre et selon la pertinence du conseil donné par le bibliothécaire la semaine précédente.
La première semaine, on suppose que la probabilité que Claudine demande un avis vaut $0,1$.
Pour tout nombre entier naturel n strictement positif, on note a_n la probabilité que Claudine demande un avis la n-ième semaine. On a ainsi $a_1 = 0,1$.

On admet que, pour tout nombre entier naturel n strictement positif, on a :

$$a_{n+1} = 0,5a_n + 0,4.$$

1) Calculer la probabilité a_2 que Claudine demande un avis la deuxième semaine.

2) Pour tout nombre entier naturel n strictement positif, on définit la suite (v_n) par :

$$v_n = a_n - 0,8.$$

a) Montrer que la suite (v_n) est une suite géométrique de raison $0,5$.
Préciser son premier terme v_1.

b) Montrer que, pour tout nombre entier naturel n strictement positif, on a :

$$a_n = 0,8 - 0,7 \times 0,5^{n-1}.$$

c) Déterminer la limite de la suite (v_n).

d) En déduire la limite de la suite (a_n). Interpréter ce résultat.

3) On considère l'algorithme suivant :

VARIABLES :	A est un réel N est un entier naturel L est un réel strictement compris entre $0,1$ et $0,8$
INITIALISATION :	A prend la valeur $0,1$ N prend la valeur 1

TRAITEMENT :	Tant que $A \leqslant L$
	    N prend la valeur $N + 1$
	    A prend la valeur $0,5 \times A + 0,4$
	Fin du Tant que

SORTIE :	Afficher N

a) Pour la valeur $L = 0,7$, recopier et compléter autant que nécessaire les colonnes du tableau suivant :

Valeur de N	1	2	…	
Valeur de A	0,1		…	
Condition $A \leqslant L$	vraie		…	

b) En déduire l'affichage de N obtenu en sortie d'algorithme quand la valeur de L est $0,7$.

c) Dans le contexte de cet exercice, expliquer comment on peut interpréter le nombre N obtenu en sortie de l'algorithme quand le nombre L est compris strictement entre $0,1$ et $0,8$.

4) Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative, même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.
Déterminer le nombre de semaines à partir duquel la probabilité que Claudine demande un avis soit supérieure à $0,799$.

Exercice 39

Exercice 40

Exercice 41

Exercice 42

Exercice 43

Exercice 44

Exercice 45

Exercice 46

Exercice 47

Exercice 48

Exercice 49

Exercice 50