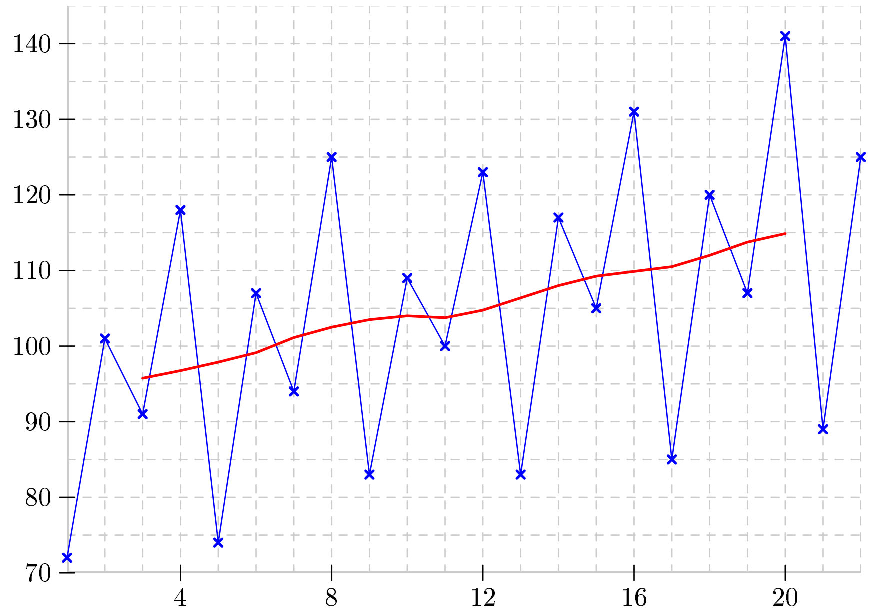
Exercice 1

1. et 2. Pour le lissage d'ordre 4, on affecte les extrémités d'un coefficient $0,5$:



3. On obtient $A(7;100,49)$ et $B(16;109,93)$ puis $(AB)\ :\ y=1,05x+93,14$.

4. Pour la droite de régression linéaire on obtient :

$$r \approx 0.994466$$
$$a \approx 1.078927$$
$$b \approx 92.802343$$

$$(\mathscr{D}): y = 1.078927\ x + 92.802343$$

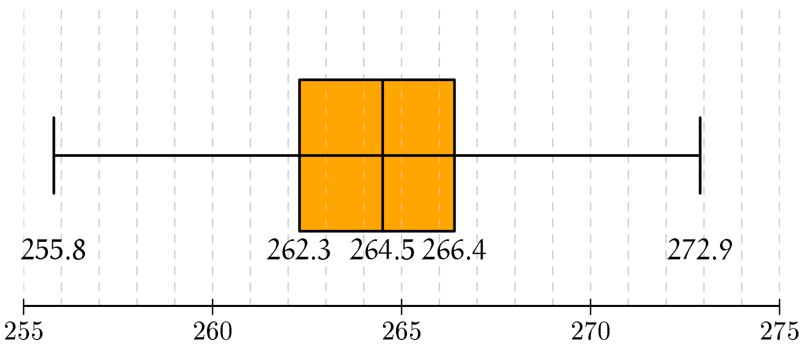
Exercice 2

1. La série est rangée dans l'ordre croissant donc il est facile de remplir le tableau. On utilise la machine pour moyenne et écart-type.

M_e	Q_1	Q_3	min	max	$\overline{x}$	s
264,5	262,3	266,4	255,8	272,9	264,69	3,52

$N=41$	$\overline{x}=264.690244$ $\Sigma x=10852.300000$ $\Sigma x^2=2873006.230000$ $V(x)=12.397466$ $\sigma_x=3.521004$ $Min(x)=255.800000$ $Q_1(x)=262.300000$ $Med(x)=264.500000$ $Q_3(x)=266.400000$ $Max(x)=272.900000$

2. On en déduit le diagramme suivant :



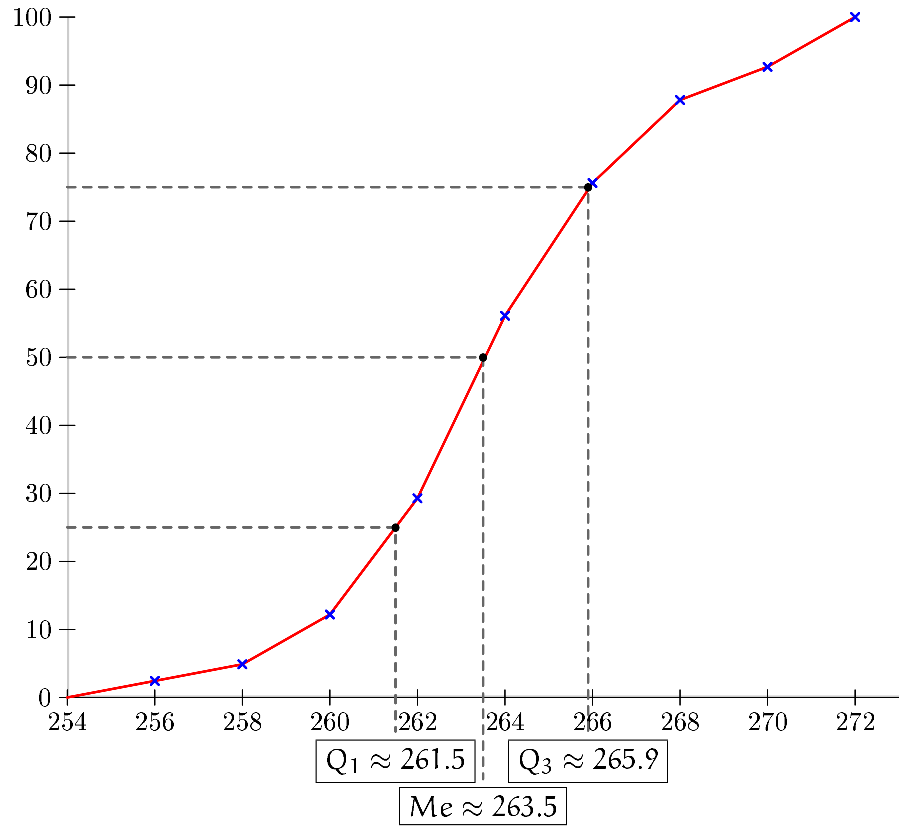
3. Il y a 29 valeurs sur 41 entre 261,1 g et 267,9 g soit environ 70,7%.

4. $Me + 2s = 271,58$ et $Me - 2s = 257,42$ donc il y a 3 valeurs aberrantes.

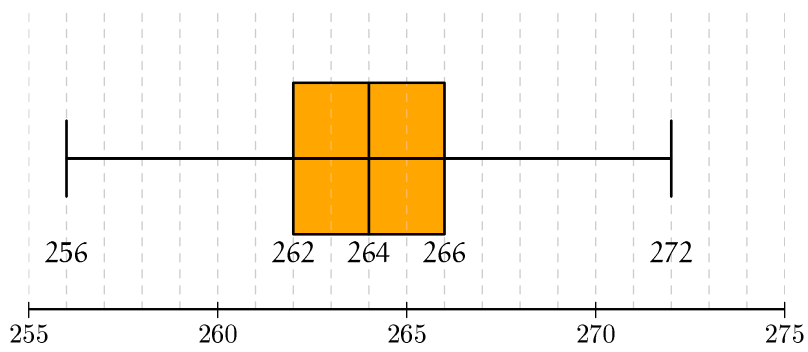
5. a) On obtient le tableau :

Centre des classes	256	258	260	262	264	266	268	270	272
Effectif	1	1	3	7	11	8	5	2	3
Fréquence	2,4%	2,4%	7,3%	17,1%	26,8%	19,5%	12,2%	4,9%	7,3%

b) On regroupe les résultats sur le même graphique :



c) On en déduit le diagramme suivant :



Exercice 3

1. Les solutions d'une équation du type $a(x)y'+b(x)y=0$ sont les fonctions $x \mapsto ke^{-A(x)}$ avec A une primitive de $x \mapsto \frac{b(x)}{a(x)}$.

   Ici, $a(x)=1+x$, $b(x)=1$ donc $A(x)=\int_0^x \frac{1}{1+t}\,dt=\ln(1+x)$.

   Les solutions sont donc les fonctions h définies par

$$h(x)=ke^{-\ln(1+x)}=ke^{\ln\left(\frac{1}{1+x}\right)}=\frac{k}{1+x}$$

   ce que confirme XCAS :

```
dsolve((1+x)*y'+y=0,y)
```

$$\frac{c\_0}{(x+1)}$$

2. Soit $g\,:\,x \mapsto \frac{\ln(1+x)}{1+x}$:

```
g:= x-> ln(1+x)/(1+x)
```

$$(x) \to (\ln(1+x))/(1+x)$$

   Dérivons g :

```
gp:=simplifier( fonction_derivee( g ) )
```

$$(`x`) \to (\ln(1/(`x`+1))+1)/(`x`^2+2*`x`+1)$$

   Calculons ensuite $(1+x)g'(x)+g(x)$:

```
simplifier( (1+x)*gp(x)+g(x) )
```

$$\frac{1}{(x+1)}$$

   La fonction g est donc bien une solution de (E).

3. Les solutions sont donc les fonctions

$$x - \frac{k}{x+1}+\frac{\ln(x+1)}{x+1}=\frac{k+\ln(x+1)}{x+1}$$

4. Soit $f(x)=\frac{k+\ln(x+1)}{x+1}$. Déterminons k tel que $f(0)=2$.

   $f(0)=\frac{k+0}{1}=2$. On obtient donc

$$f(x)=\frac{2+\ln(x+1)}{x+1}$$

   ce que confirme XCAS :

```
dsolve([(1+x)*y'+y=1/(1+x),y(0)=2],y)
```

$$\left[\frac{(2+\ln(x+1))}{(x+1)}\right]$$

Exercice 4

L'équation caractéristique est $r^2-3r-4=0$ dont les solutions sont :

```
resoudre(r^2-3*r-4=0,r)
```

$$[-1,4]$$

Les solutions de l'équation différentielle sont donc :

$$x \mapsto k_1e^{4x}+k_2e^{-x}$$

ce que confirme XCAS :

```
dsolve(y''-3*y'-4*y=0,y)
```

$$\frac{(c\_0+c\_1)}{5}\cdot e^{4x}+\frac{(4c\_0-c\_1)}{5}\cdot e^{-x}$$