Logique des propositions

INFO1 - Semaines 36 & 37

Guillaume CONNAN

IUT de Nantes - Dpt d'informatique

Dernière mise à jour : 29 août 2013 à 20:55

Sommaire

Dr. McCoy : *Mr. Spock, remind me to tell you that I'm sick and tired of your logic.*
Spock : *That is a most illogical attitude.*

Sommaire

Soit un entier naturel n inférieur à 20. On considère la proposition « si n est pair, alors son successeur est premier ». Quels sont les entiers qui rendent cette proposition vraie ?

Réponses

Ça y est ? Bon, analysons les réponses possibles. Notons $E = [\![0, 20]\!]$. Vous avez répondu...

- ... « 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9, 10, 11, 12, 13, 15, 16, 17, 18, 19 » : vous avez triché ou bien vous avez eu un bon cours de logique au lycée et vous l'avez bien étudié. La lecture des paragraphes suivants va vous permettre d'aller plus loin ;
- ... « 2, 4, 6, 10, 12, 16, 18 » : c'est bien, vous n'avez pas triché mais malheureusement ce n'est pas la bonne réponse. La lecture des paragraphes suivants devrait vous permettre de progresser en logique pour affronter sereinement vos deux années d'Iut.
- ...« tous » : vous avez eu raison de ne pas sortir le jeudi soir pour travailler et vous remettre à niveau. La lecture des paragraphes suivants devrait vous permettre de découvrir la logique, l'arithmétique et la mathématique en général pour affronter sereinement vos deux années d'Iut.

Réponses

Ça y est ? Bon, analysons les réponses possibles. Notons $E = [\![0, 20]\!]$. Vous avez répondu...

- ... « 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9, 10, 11, 12, 13, 15, 16, 17, 18, 19 » : vous avez triché ou bien vous avez eu un bon cours de logique au lycée et vous l'avez bien étudié. La lecture des paragraphes suivants va vous permettre d'aller plus loin ;
- ... « 2, 4, 6, 10, 12, 16, 18 » : c'est bien, vous n'avez pas triché mais malheureusement ce n'est pas la bonne réponse. La lecture des paragraphes suivants devrait vous permettre de progresser en logique pour affronter sereinement vos deux années d'Iut.
- ...« tous » : vous avez eu raison de ne pas sortir le jeudi soir pour travailler et vous remettre à niveau. La lecture des paragraphes suivants devrait vous permettre de découvrir la logique, l'arithmétique et la mathématique en général pour affronter sereinement vos deux années d'Iut.

Réponses

Ça y est ? Bon, analysons les réponses possibles. Notons $E = [\![0, 20]\!]$. Vous avez répondu...

- ... « 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9, 10, 11, 12, 13, 15, 16, 17, 18, 19 » : vous avez triché ou bien vous avez eu un bon cours de logique au lycée et vous l'avez bien étudié. La lecture des paragraphes suivants va vous permettre d'aller plus loin ;
- ... « 2, 4, 6, 10, 12, 16, 18 » : c'est bien, vous n'avez pas triché mais malheureusement ce n'est pas la bonne réponse. La lecture des paragraphes suivants devrait vous permettre de progresser en logique pour affronter sereinement vos deux années d'Iut.
- ...« tous » : vous avez eu raison de ne pas sortir le jeudi soir pour travailler et vous remettre à niveau. La lecture des paragraphes suivants devrait vous permettre de découvrir la logique, l'arithmétique et la mathématique en général pour affronter sereinement vos deux années d'Iut.

Sommaire

- proposition
- « *Igor dort* »
- prédicats
- « *X dort* »
- sémantique

- proposition
- « *Igor dort* »
- prédicats
- « *X dort* »
- sémantique

- proposition
- « *Igor dort* »
- prédicats
- « *X dort* »
- sémantique
- Vrai ou Faux ?
- syntaxe
- construction des formules

- proposition
- « *Igor dort* »
- prédicats
- « *X dort* »
- sémantique
  Vrai ou Faux ?
- syntaxe
  construction des formules

- proposition
- « *Igor dort* »
- prédicats
- « *X dort* »
- sémantique
  Vrai ou Faux ?
- syntaxe
  construction des formules

- proposition
- « *Igor dort* »
- prédicats
- « *X dort* »
- sémantique
  Vrai ou Faux ?
- syntaxe
  construction des formules

- proposition
- « *Igor dort* »
- prédicats
- « *X dort* »
- sémantique
  Vrai ou Faux ?
- syntaxe
  construction des formules

- proposition
- « *Igor dort* »
- prédicats
- « *X dort* »
- sémantique
  Vrai ou Faux ?
- syntaxe
  construction des formules

- proposition
- « *Igor dort* »
- prédicats
- « *X dort* »
- sémantique
  Vrai ou Faux ?
- syntaxe
  construction des formules

Sommaire

- *propositions atomiques.*
- $\bot$
- $\top$
- $\neg$
- $\wedge$
- $\vee$
- $\rightarrow$
- $\leftrightarrow$
- « (» et «) ».

- *propositions atomiques*.
- $\bot$
- $\top$
- $\neg$
- $\wedge$
- $\vee$
- $\rightarrow$
- $\leftrightarrow$
- « (» et «) ».

- *propositions atomiques*.
- $\bot$
- $\top$
- $\neg$
- $\wedge$
- $\vee$
- $\rightarrow$
- $\leftrightarrow$
- « (» et «) ».

- *propositions atomiques*.
- $\perp$
- $\top$
- $\neg$
- $\wedge$
- $\vee$
- $\rightarrow$
- $\leftrightarrow$
- « (» et «) ».

- *propositions atomiques*.
- $\bot$
- $\top$
- $\neg$
- $\wedge$
- $\vee$
- $\rightarrow$
- $\leftrightarrow$
- « (» et «) ».

- *propositions atomiques*.
- $\bot$
- $\top$
- $\neg$
- $\wedge$
- $\vee$
- $\longrightarrow$
- $\longleftrightarrow$
- « (» et «) ».

- *propositions atomiques*.
- $\bot$
- $\top$
- $\neg$
- $\land$
- $\lor$
- $\rightarrow$
- $\leftrightarrow$
- « (» et «) ».

- *propositions atomiques.*
- $\bot$
- $\top$
- $\neg$
- $\wedge$
- $\vee$
- $\rightarrow$
- $\leftrightarrow$
- « (» et «) ».

- *propositions atomiques.*
- $\bot$
- $\top$
- $\neg$
- $\wedge$
- $\vee$
- $\rightarrow$
- $\leftrightarrow$
- « (» et «) ».

L'*ensemble des formules* de la logique propositionnelle est le plus petit ensemble $\mathcal{F}$ tel que :

- $\perp$ est un élément de $\mathcal{F}$;
- toute proposition atomique est un élément de $\mathcal{F}$;
- si $p \in \mathcal{F}$, alors $(\neg p) \in \mathcal{F}$;
- si p et q sont dans $\mathcal{F}$, alors $(p \wedge q)$,$(p \vee q)$,$(p \rightarrow q)$,et $(p \leftrightarrow q)$sont des éléments de $\mathcal{F}$;
- il n'y a pas d'autres expressions bien formées que celles décrites

Que [illegible] peu bizarre ?

```
type Atome = Char

data Formule =
  Faux
   |Atomic Atome
   |Non Formule
   |Et Formule Formule
   |Ou Formule Formule
   |Imp Formule Formule
   |Equiv Formule Formule
```

L'*ensemble des formules* de la logique propositionnelle est le plus petit ensemble $\mathcal{F}$ tel que :

- $\perp$ est un élément de $\mathcal{F}$;
- toute proposition atomique est un élément de $\mathcal{F}$;
- si $p \in \mathcal{F}$, alors $(\neg p) \in \mathcal{F}$;
- si p et q sont dans $\mathcal{F}$, alors $(p \wedge q)$,$(p \vee q)$,$(p \rightarrow q)$,et $(p \leftrightarrow q)$sont des éléments de $\mathcal{F}$;
- il n'y a pas d'autres expressions bien formées que celles décrites par les règles précédentes.

Que remarquez-vous d'un peu bizarre ?

```
type Atome = Char

data Formule =
  Faux
   |Atomic Atome
   |Non Formule
   |Et Formule Formule
   |Ou Formule Formule
   |Imp Formule Formule
   |Equiv Formule Formule
```

L'*ensemble des formules* de la logique propositionnelle est le plus petit ensemble $\mathcal{F}$ tel que :

- $\perp$ est un élément de $\mathcal{F}$;
- toute proposition atomique est un élément de $\mathcal{F}$;
- si $p \in \mathcal{F}$, alors $(\neg p) \in \mathcal{F}$;
- si p et q sont dans $\mathcal{F}$, alors $(p \wedge q)$,$(p \vee q)$,$(p \to q)$,et $(p \leftrightarrow q)$sont des éléments de $\mathcal{F}$;
- il n'y a pas d'autres expressions bien formées que celles décrites

```
type Atome = Char

data Formule =
  Faux
   |Atomic Atome
   |Non Formule
   |Et Formule Formule
   |Ou Formule Formule
   |Imp Formule Formule
   |Equiv Formule Formule
```

Que remarquez-vous d'un peu bizarre ?

L'*ensemble des formules* de la logique propositionnelle est le plus petit ensemble $\mathcal{F}$ tel que :

- $\perp$ est un élément de $\mathcal{F}$;
- toute proposition atomique est un élément de $\mathcal{F}$;
- si $p \in \mathcal{F}$, alors $(\neg p) \in \mathcal{F}$;
- si p et q sont dans $\mathcal{F}$, alors $(p \wedge q)$, $(p \vee q)$, $(p \rightarrow q)$, et $(p \leftrightarrow q)$ sont des éléments de $\mathcal{F}$;
- il n'y a pas d'autres expressions bien formées que celles décrites

```
type Atome = Char

data Formule =
  Faux
  |Atomic Atome
  |Non Formule
  |Et Formule Formule
  |Ou Formule Formule
  |Imp Formule Formule
  |Equiv Formule Formule
```

Que remarquez-vous d'un peu bizarre ?

L'*ensemble des formules* de la logique propositionnelle est le plus petit ensemble $\mathcal{F}$ tel que :

- $\perp$ est un élément de $\mathcal{F}$;
- toute proposition atomique est un élément de $\mathcal{F}$;
- si $p \in \mathcal{F}$, alors $(\neg p) \in \mathcal{F}$;
- si p et q sont dans $\mathcal{F}$, alors $(p \wedge q)$,$(p \vee q)$,$(p \rightarrow q)$,et $(p \leftrightarrow q)$sont des éléments de $\mathcal{F}$;
- il n'y a pas d'autres expressions bien formées que celles décrites

```
type Atome = Char

data Formule =
  Faux
   |Atomic Atome
   |Non Formule
   |Et Formule Formule
   |Ou Formule Formule
   |Imp Formule Formule
   |Equiv Formule Formule
```

Que remarquez-vous d'un peu bizarre ?

L'*ensemble des formules* de la logique propositionnelle est le plus petit ensemble $\mathcal{F}$ tel que :

- $\perp$ est un élément de $\mathcal{F}$;
- toute proposition atomique est un élément de $\mathcal{F}$;
- si $p \in \mathcal{F}$, alors $(\neg p) \in \mathcal{F}$;
- si p et q sont dans $\mathcal{F}$, alors $(p \wedge q)$,$(p \vee q)$,$(p \rightarrow q)$,et $(p \leftrightarrow q)$sont des éléments de $\mathcal{F}$;
- il n'y a pas d'autres expressions bien formées que celles décrites par les règles précédentes

```
type Atome = Char

data Formule =
  Faux
  |Atomic Atome
  |Non Formule
  |Et Formule Formule
  |Ou Formule Formule
  |Imp Formule Formule
  |Equiv Formule Formule
```

Que remarquez-vous d'un peu bizarre ?

L'*ensemble des formules* de la logique propositionnelle est le plus petit ensemble $\mathcal{F}$ tel que :

- $\perp$ est un élément de $\mathcal{F}$;
- toute proposition atomique est un élément de $\mathcal{F}$;
- si $p \in \mathcal{F}$, alors $(\neg p) \in \mathcal{F}$;
- si p et q sont dans $\mathcal{F}$, alors $(p \wedge q)$,$(p \vee q)$,$(p \to q)$,et $(p \leftrightarrow q)$sont des éléments de $\mathcal{F}$;
- il n'y a pas d'autres expressions bien formées que celles décrites par les règles précédentes

```
type Atome = Char

data Formule =
  Faux
   |Atomic Atome
   |Non Formule
   |Et Formule Formule
   |Ou Formule Formule
   |Imp Formule Formule
   |Equiv Formule Formule
```

Que remarquez-vous d'un peu bizarre ?

L'*ensemble des formules* de la logique propositionnelle est le plus petit ensemble $\mathcal{F}$ tel que :

- $\perp$ est un élément de $\mathcal{F}$;
- toute proposition atomique est un élément de $\mathcal{F}$;
- si $p \in \mathcal{F}$, alors $(\neg p) \in \mathcal{F}$;
- si p et q sont dans $\mathcal{F}$, alors $(p \wedge q)$,$(p \vee q)$,$(p \rightarrow q)$,et $(p \leftrightarrow q)$sont des éléments de $\mathcal{F}$;
- il n'y a pas d'autres expressions bien formées que celles décrites par les règles précédentes

```
type Atome = Char

data Formule =
  Faux
   |Atomic Atome
   |Non Formule
   |Et Formule Formule
   |Ou Formule Formule
   |Imp Formule Formule
   |Equiv Formule Formule
```

Que remarquez-vous d'un peu bizarre ?

L'*ensemble des formules* de la logique propositionnelle est le plus petit ensemble $\mathcal{F}$ tel que :

- $\perp$ est un élément de $\mathcal{F}$;
- toute proposition atomique est un élément de $\mathcal{F}$;
- si $p \in \mathcal{F}$, alors $(\neg p) \in \mathcal{F}$;
- si p et q sont dans $\mathcal{F}$, alors $(p \wedge q)$,$(p \vee q)$,$(p \rightarrow q)$,et $(p \leftrightarrow q)$sont des éléments de $\mathcal{F}$;
- il n'y a pas d'autres expressions bien formées que celles décrites par les règles précédentes

```
type Atome = Char

data Formule =
  Faux
   |Atomic Atome
   |Non Formule
   |Et Formule Formule
   |Ou Formule Formule
   |Imp Formule Formule
   |Equiv Formule Formule
```

Que remarquez-vous d'un peu bizarre ?

L'*ensemble des formules* de la logique propositionnelle est le plus petit ensemble $\mathcal{F}$ tel que :

- $\perp$ est un élément de $\mathcal{F}$;
- toute proposition atomique est un élément de $\mathcal{F}$;
- si $p \in \mathcal{F}$, alors $(\neg p) \in \mathcal{F}$;
- si p et q sont dans $\mathcal{F}$, alors $(p \wedge q)$,$(p \vee q)$,$(p \rightarrow q)$,et $(p \leftrightarrow q)$sont des éléments de $\mathcal{F}$;
- il n'y a pas d'autres expressions bien formées que celles décrites par les règles précédentes

```
type Atome = Char

data Formule =
  Faux
   |Atomic Atome
   |Non Formule
   |Et Formule Formule
   |Ou Formule Formule
   |Imp Formule Formule
   |Equiv Formule Formule
```

Que remarquez vous d'un peu bizarre ?

L'*ensemble des formules* de la logique propositionnelle est le plus petit ensemble $\mathcal{F}$ tel que :

- $\bot$ est un élément de $\mathcal{F}$;
- toute proposition atomique est un élément de $\mathcal{F}$;
- si $p \in \mathcal{F}$, alors $(\neg p) \in \mathcal{F}$;
- si p et q sont dans $\mathcal{F}$, alors $(p \wedge q)$,$(p \vee q)$,$(p \rightarrow q)$,et $(p \leftrightarrow q)$sont des éléments de $\mathcal{F}$;
- il n'y a pas d'autres expressions bien formées que celles décrites par les règles précédentes

Que remarquez-vous d'un peu bizarre ?

```
type Atome = Char

data Formule =
  Faux
  |Atomic Atome
  |Non Formule
  |Et Formule Formule
  |Ou Formule Formule
  |Imp Formule Formule
  |Equiv Formule Formule
```

L'*ensemble des formules* de la logique propositionnelle est le plus petit ensemble $\mathcal{F}$ tel que :

- $\perp$ est un élément de $\mathcal{F}$;
- toute proposition atomique est un élément de $\mathcal{F}$;
- si $p \in \mathcal{F}$, alors $(\neg p) \in \mathcal{F}$;
- si p et q sont dans $\mathcal{F}$, alors $(p \wedge q)$,$(p \vee q)$,$(p \to q)$,et $(p \leftrightarrow q)$sont des éléments de $\mathcal{F}$;
- il n'y a pas d'autres expressions bien formées que celles décrites par les règles précédentes

```
type Atome = Char

data Formule =
  Faux
   |Atomic Atome
   |Non Formule
   |Et Formule Formule
   |Ou Formule Formule
   |Imp Formule Formule
   |Equiv Formule Formule
```

Que remarquez-vous d'un peu bizarre ?

```
-- Opérateurs infixes plus pratiques à utiliser
μ x       = Atomic x
x   &  y = Et x y
x   §  y = Ou x y
x  ==> y = Imp x y
x <==> y = Equiv x y
```

```
-- exemple de formule
Non ((μ 'p') & (μ 'q')) <==> (Non (μ 'p')  § Non (μ 'q'))
```

```
-- Opérateurs infixes plus pratiques à utiliser
μ x       = Atomic x
x   &   y = Et x y
x   §   y = Ou x y
x  ==>  y = Imp x y
x <==>  y = Equiv x y
```

```
-- exemple de formule
Non ((μ 'p') & (μ 'q')) <==> (Non (μ 'p')  § Non (μ 'q'))
```

priorités

- $\neg$ est prioritaire sur les autres opérateurs ;
- $\vee$ et $\wedge$ sont prioritaires sur $\rightarrow$ et $\leftrightarrow$.

Mais attention ! $p \vee q \wedge r$ est ambigu.

priorités

- $\neg$ est prioritaire sur les autres opérateurs ;
- $\vee$ et $\wedge$ sont prioritaires sur $\rightarrow$ et $\leftrightarrow$.

Mais attention ! $p \vee q \wedge r$ est ambigu.

priorités

- $\neg$ est prioritaire sur les autres opérateurs ;
- $\vee$ et $\wedge$ sont prioritaires sur $\rightarrow$ et $\leftrightarrow$.

Mais attention ! $p \vee q \wedge r$ est ambigu.

priorités

- $\neg$ est prioritaire sur les autres opérateurs ;
- $\vee$ et $\wedge$ sont prioritaires sur $\rightarrow$ et $\leftrightarrow$.

Mais attention ! $p \vee q \wedge r$ est ambigu.

priorités et Haskell

```
infixr 2 &
x & y = Et x y

infixr 2  §
x  § y = Ou x y

infixr 1 ==>
x ==> y = Imp x y

infixr 1 <==>
x <==> y = Equiv x y
```

```
s ==> (p & (Non (q))) § (p <==> (Non r))
```

priorités et Haskell

```
infixr 2 &
x & y = Et x y

infixr 2  §
x  § y = Ou x y

infixr 1 ==>
x ==> y = Imp x y

infixr 1 <==>
x <==> y = Equiv x y
```

```
s ==> (p & (Non (q))) § (p <==> (Non r))
```

connecteurs

Remarques

Il y a bien plus de connecteurs logiques que ceux évoqués ici : combien y en a-t-il à votre avis ?

On parle aussi d'*arité* d'un connecteur. Par exemple, $\neg$ est un connecteur d'arité 1 et $\wedge$ est un connecteur d'arité 2.

connecteurs

Remarques

Il y a bien plus de connecteurs logiques que ceux évoqués ici : combien y en a-t-il à votre avis ?

On parle aussi d'*arité* d'un connecteur. Par exemple, $\neg$ est un connecteur d'arité 1 et $\wedge$ est un connecteur d'arité 2.

connecteurs

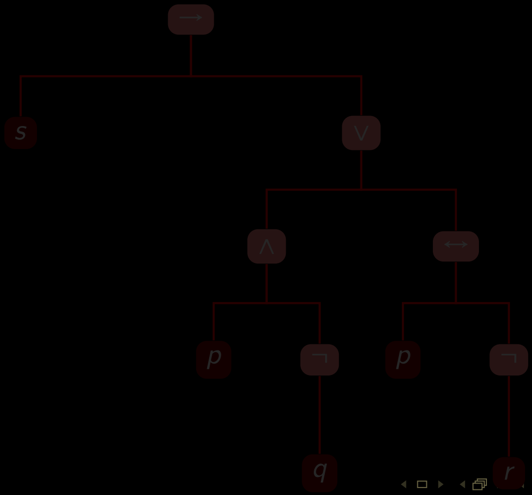
Remarques

Il y a bien plus de connecteurs logiques que ceux évoqués ici : combien y en a-t-il à votre avis ?

On parle aussi d'*arité* d'un connecteur. Par exemple, $\neg$ est un connecteur d'arité 1 et $\wedge$ est un connecteur d'arité 2.

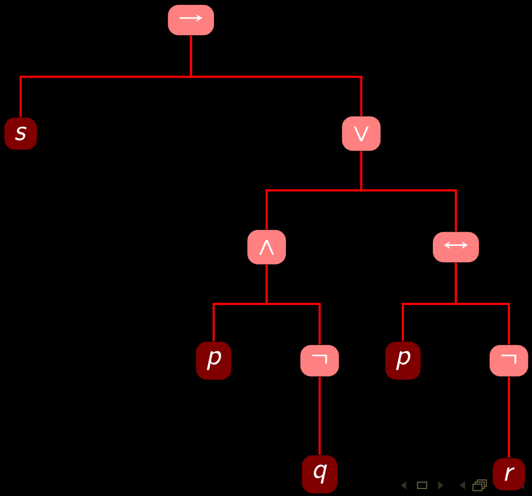
arbres

```
s ==> (p & (Non (q))) § (p <==> (Non r))
```



arbres

```
s ==> (p & (Non (q)))  § (p <==> (Non r))
```



Démonstration par induction

Théorème 1

Si une propriété P portant sur les formules de $\mathcal{F}$ est telle que :

- *toute variable propositionnelle vérifie P ;*
- *$\perp$ vérifie P ;*
- *si la formule p vérifie P, alors $(\neg p)$ vérifie P ;*
- *si p et q vérifient P, alors $(p \vee q)$, $(p \wedge q)$, $(p \rightarrow q)$ et $(p \leftrightarrow q)$ vérifient P ;*

alors toutes les formules de $\mathcal{F}$ vérifient P.

Démonstration par induction

Théorème 1

Si une propriété P portant sur les formules de $\mathcal{F}$ est telle que :

- *toute variable propositionnelle vérifie P ;*
- *$\perp$ vérifie P ;*
- *si la formule p vérifie P, alors $(\neg p)$ vérifie P ;*
- *si p et q vérifient P, alors $(p \vee q)$, $(p \wedge q)$, $(p \rightarrow q)$ et $(p \leftrightarrow q)$ vérifient P ;*

alors toutes les formules de $\mathcal{F}$ vérifient P.

Démonstration par induction

Théorème 1

Si une propriété P portant sur les formules de $\mathcal{F}$ est telle que :

- *toute variable propositionnelle vérifie P ;*
- *$\perp$ vérifie P ;*
- *si la formule p vérifie P, alors $(\neg p)$ vérifie P ;*
- *si p et q vérifient P, alors $(p \vee q)$, $(p \wedge q)$, $(p \rightarrow q)$ et $(p \leftrightarrow q)$ vérifient P ;*

alors toutes les formules de $\mathcal{F}$ vérifient P.

Démonstration par induction

Théorème 1

Si une propriété P portant sur les formules de $\mathcal{F}$ est telle que :

- *toute variable propositionnelle vérifie P ;*
- *$\perp$ vérifie P ;*
- *si la formule p vérifie P, alors $(\neg p)$ vérifie P ;*
- *si p et q vérifient P, alors $(p \vee q)$, $(p \wedge q)$, $(p \rightarrow q)$ et $(p \leftrightarrow q)$ vérifient P ;*

alors toutes les formules de $\mathcal{F}$ vérifient P.

Démonstration par induction

Théorème 1

Si une propriété P portant sur les formules de $\mathcal{F}$ est telle que :

- *toute variable propositionnelle vérifie P ;*
- *$\perp$ vérifie P ;*
- *si la formule p vérifie P, alors $(\neg p)$ vérifie P ;*
- *si p et q vérifient P, alors $(p \vee q)$, $(p \wedge q)$, $(p \rightarrow q)$ et $(p \leftrightarrow q)$ vérifient P ;*

alors toutes les formules de $\mathcal{F}$ vérifient P.

Démonstration par induction

Théorème 1

Si une propriété P portant sur les formules de $\mathcal{F}$ est telle que :

- *toute variable propositionnelle vérifie P ;*
- *$\perp$ vérifie P ;*
- *si la formule p vérifie P, alors $(\neg p)$ vérifie P ;*
- *si p et q vérifient P, alors $(p \vee q)$, $(p \wedge q)$, $(p \rightarrow q)$ et $(p \leftrightarrow q)$ vérifient P ;*

alors toutes les formules de $\mathcal{F}$ vérifient P.

Toute formule de $\mathcal{F}$ a autant de parenthèses ouvrantes que de parenthèses fermantes.

Démonstration par induction

Théorème 1

Si une propriété P portant sur les formules de $\mathcal{F}$ est telle que :

- *toute variable propositionnelle vérifie P ;*
- *$\perp$ vérifie P ;*
- *si la formule p vérifie P, alors $(\neg p)$ vérifie P ;*
- *si p et q vérifient P, alors $(p \vee q)$, $(p \wedge q)$, $(p \rightarrow q)$ et $(p \leftrightarrow q)$ vérifient P ;*

alors toutes les formules de $\mathcal{F}$ vérifient P.

Exercice 1

Toute formule de $\mathcal{F}$ a autant de parenthèses ouvrantes que de parenthèses fermantes.

Démonstration par induction

Théorème 1

Si une propriété P portant sur les formules de $\mathcal{F}$ est telle que :

- *toute variable propositionnelle vérifie P ;*
- *$\perp$ vérifie P ;*
- *si la formule p vérifie P, alors $(\neg p)$ vérifie P ;*
- *si p et q vérifient P, alors $(p \vee q)$, $(p \wedge q)$, $(p \rightarrow q)$ et $(p \leftrightarrow q)$ vérifient P ;*

alors toutes les formules de $\mathcal{F}$ vérifient P.

Exercice 1

Toute formule de $\mathcal{F}$ a autant de parenthèses ouvrantes que de parenthèses fermantes.

Sous-formules

Exercice 2

Quelles sont les sous-formules de :

$$s \rightarrow ((p \wedge (\neg q)) \vee (p \leftrightarrow (\neg r)))$$

Exemple 2

$$f : \begin{array}{ccc} \mathcal{F}^4 & \to & \mathcal{F} \\ (p,q,r,s) & \mapsto & s \to ((p \wedge (\neg q)) \vee (p \leftrightarrow (\neg r))) \end{array}$$

```
f_boule :: Formule -> Formule -> Formule -> Formule -> Formule
f_boule p q r s =
  s ==> (p & (Non (q))) § (p <==> (Non r))
```

Exemple 2

$$f : \begin{array}{ccc} \mathcal{F}^4 & \rightarrow & \mathcal{F} \\ (p,q,r,s) & \mapsto & s \rightarrow ((p \wedge (\neg q)) \vee (p \leftrightarrow (\neg r))) \end{array}$$

```
f_boule :: Formule -> Formule -> Formule -> Formule -> Formule
f_boule p q r s =
  s ==> (p & (Non (q))) § (p <==> (Non r))
```

Sommaire

Valeurs sous un environnement

Définition 3

Un *environnement* (ou *distribution de vérité* ou *interprétation propositionnelle*) est une application des variables atomiques de $\mathcal{F}$ dans $\mathcal{B}_2$.

Valeur sous un environnement

- $\mathcal{V}(\perp, v) = 0$;
- si p est une variable atomique alors $\mathcal{V}(p, v) = v(p)$;
- $\mathcal{V}(\neg p, v) = 1$ ssi, $\mathcal{V}(p, v) = 0$

$f = (p \wedge (q \vee r))$ et $\langle v(p) = 1, v(q) = 0, v(r) = 1 \rangle$: $\mathcal{V}(f, v)$?

Valeur sous un environnement

- $\mathcal{V}(\perp, v) = 0$;
- si p est une variable atomique alors $\mathcal{V}(p, v) = v(p)$;
- $\mathcal{V}(\neg p, v) = 1$ ssi, $\mathcal{V}(p, v) = 0$ (NEGATION) ;
- $\mathcal{V}(p \wedge q, v) = 1$ ssi $\mathcal{V}(p, v) = \mathcal{V}(q, v) = 1$ (CONJONCTION) ;
- $\mathcal{V}(p \vee q, v) = 0$ ssi $\mathcal{V}(p, v) = \mathcal{V}(q, v) = 0$ (DISJONCTION) ;
- $\mathcal{V}(p \rightarrow q, v) = 0$ ssi $\mathcal{V}(p, v) = 1$ et $\mathcal{V}(q, v) = 0$ (IMPLICATION) ;
- $\mathcal{V}(p \leftrightarrow q, v) = 1$ ssi $\mathcal{V}(p, v) = \mathcal{V}(q, v)$ (EQUIVALENCE) ;

$f = (p \wedge (q \vee r))$ et $\langle v(p) = 1, v(q) = 0, v(r) = 1 \rangle$: $\mathcal{V}(f, v)$?

Valeur sous un environnement

- $\mathcal{V}(\perp, v) = 0$;
- si p est une variable atomique alors $\mathcal{V}(p, v) = v(p)$;
- $\mathcal{V}(\neg p, v) = 1$ ssi, $\mathcal{V}(p, v) = 0$ (NÉGATION) ;
- $\mathcal{V}(p \wedge q, v) = 1$ ssi $\mathcal{V}(p, v) = \mathcal{V}(q, v) = 1$

$f = (p \wedge (q \vee r))$ et $\langle v(p) = 1, v(q) = 0, v(r) = 1 \rangle$: $\mathcal{V}(f, v)$?

Valeur sous un environnement

- $\mathcal{V}(\bot, v) = 0$;
- si p est une variable atomique alors $\mathcal{V}(p, v) = v(p)$;
- $\mathcal{V}(\neg p, v) = 1$ ssi, $\mathcal{V}(p, v) = 0$ (NÉGATION) ;
- $\mathcal{V}(p \wedge q, v) = 1$ ssi $\mathcal{V}(p, v) = \mathcal{V}(q, v) = 1$ (CONJONCTION) ;
- $\mathcal{V}(p \vee q, v) = 0$ ssi, $\mathcal{V}(p, v) = \mathcal{V}(q, v) = 0$

$f = (p \wedge (q \vee r))$ et $\langle v(p) = 1, v(q) = 0, v(r) = 1 \rangle$: $\mathcal{V}(f, v)$?

Valeur sous un environnement

- $\mathcal{V}(\perp, v) = 0$;
- si p est une variable atomique alors $\mathcal{V}(p, v) = v(p)$;
- $\mathcal{V}(\neg p, v) = 1$ ssi, $\mathcal{V}(p, v) = 0$ (NÉGATION) ;
- $\mathcal{V}(p \wedge q, v) = 1$ ssi $\mathcal{V}(p, v) = \mathcal{V}(q, v) = 1$ (CONJONCTION) ;
- $\mathcal{V}(p \vee q, v) = 0$ ssi, $\mathcal{V}(p, v) = \mathcal{V}(q, v) = 0$

$f = (p \wedge (q \vee r))$ et $\langle v(p) = 1, v(q) = 0, v(r) = 1 \rangle$: $\mathcal{V}(f, v)$?

Valeur sous un environnement

- $\mathcal{V}(\perp, v) = 0$;
- si p est une variable atomique alors $\mathcal{V}(p, v) = v(p)$;
- $\mathcal{V}(\neg p, v) = 1$ ssi, $\mathcal{V}(p, v) = 0$ (NÉGATION) ;
- $\mathcal{V}(p \wedge q, v) = 1$ ssi $\mathcal{V}(p, v) = \mathcal{V}(q, v) = 1$ (CONJONCTION) ;
- $\mathcal{V}(p \vee q, v) = 0$ ssi, $\mathcal{V}(p, v) = \mathcal{V}(q, v) = 0$ (DISJONCTION) ;
- $\mathcal{V}(p \rightarrow q, v) = 0$ ssi, $\mathcal{V}(p, v) = 1$ et $\mathcal{V}(q, v) = 0$

$f = (p \wedge (q \vee r))$ et $\langle v(p) = 1, v(q) = 0, v(r) = 1 \rangle$: $\mathcal{V}(f, v)$?

Valeur sous un environnement

- $\mathcal{V}(\bot, v) = 0$;
- si p est une variable atomique alors $\mathcal{V}(p, v) = v(p)$;
- $\mathcal{V}(\neg p, v) = 1$ ssi, $\mathcal{V}(p, v) = 0$ (NÉGATION) ;
- $\mathcal{V}(p \wedge q, v) = 1$ ssi $\mathcal{V}(p, v) = \mathcal{V}(q, v) = 1$ (CONJONCTION) ;
- $\mathcal{V}(p \vee q, v) = 0$ ssi, $\mathcal{V}(p, v) = \mathcal{V}(q, v) = 0$ (DISJONCTION) ;
- $\mathcal{V}(p \rightarrow q, v) = 0$ ssi, $\mathcal{V}(p, v) = 1$ et $\mathcal{V}(q, v) = 0$

$f = (p \wedge (q \vee r))$ et $\langle v(p) = 1, v(q) = 0, v(r) = 1 \rangle$: $\mathcal{V}(f, v)$?

Valeur sous un environnement

- $\mathcal{V}(\bot, v) = 0$;
- si p est une variable atomique alors $\mathcal{V}(p, v) = v(p)$;
- $\mathcal{V}(\neg p, v) = 1$ ssi, $\mathcal{V}(p, v) = 0$ (NÉGATION) ;
- $\mathcal{V}(p \wedge q, v) = 1$ ssi $\mathcal{V}(p, v) = \mathcal{V}(q, v) = 1$ (CONJONCTION) ;
- $\mathcal{V}(p \vee q, v) = 0$ ssi, $\mathcal{V}(p, v) = \mathcal{V}(q, v) = 0$ (DISJONCTION) ;
- $\mathcal{V}(p \rightarrow q, v) = 0$ ssi, $\mathcal{V}(p, v) = 1$ et $\mathcal{V}(q, v) = 0$ (IMPLICATION) ;
- $\mathcal{V}(p \leftrightarrow q, v) = 1$ ssi, $\mathcal{V}(p, v) = \mathcal{V}(q, v)$ (ÉQUIVALENCE) ;

$f = (p \wedge (q \vee r))$ et $\langle v(p) = 1, v(q) = 0, v(r) = 1 \rangle$: $\mathcal{V}(f, v)$?

Valeur sous un environnement

- $\mathcal{V}(\bot, v) = 0$;
- si p est une variable atomique alors $\mathcal{V}(p, v) = v(p)$;
- $\mathcal{V}(\neg p, v) = 1$ ssi, $\mathcal{V}(p, v) = 0$ (NÉGATION) ;
- $\mathcal{V}(p \wedge q, v) = 1$ ssi $\mathcal{V}(p, v) = \mathcal{V}(q, v) = 1$ (CONJONCTION) ;
- $\mathcal{V}(p \vee q, v) = 0$ ssi, $\mathcal{V}(p, v) = \mathcal{V}(q, v) = 0$ (DISJONCTION) ;
- $\mathcal{V}(p \rightarrow q, v) = 0$ ssi, $\mathcal{V}(p, v) = 1$ et $\mathcal{V}(q, v) = 0$ (IMPLICATION) ;
- $\mathcal{V}(p \leftrightarrow q, v) = 1$ ssi, $\mathcal{V}(p, v) = \mathcal{V}(q, v)$

$f = (p \wedge (q \vee r))$ et $\langle v(p) = 1, v(q) = 0, v(r) = 1 \rangle$: $\mathcal{V}(f, v)$?

Valeur sous un environnement

- $\mathcal{V}(\perp, v) = 0$;
- si p est une variable atomique alors $\mathcal{V}(p, v) = v(p)$;
- $\mathcal{V}(\neg p, v) = 1$ ssi, $\mathcal{V}(p, v) = 0$ (NÉGATION) ;
- $\mathcal{V}(p \wedge q, v) = 1$ ssi $\mathcal{V}(p, v) = \mathcal{V}(q, v) = 1$ (CONJONCTION) ;
- $\mathcal{V}(p \vee q, v) = 0$ ssi, $\mathcal{V}(p, v) = \mathcal{V}(q, v) = 0$ (DISJONCTION) ;
- $\mathcal{V}(p \rightarrow q, v) = 0$ ssi, $\mathcal{V}(p, v) = 1$ et $\mathcal{V}(q, v) = 0$ (IMPLICATION) ;
- $\mathcal{V}(p \leftrightarrow q, v) = 1$ ssi, $\mathcal{V}(p, v) = \mathcal{V}(q, v)$ (EQUIVALENCE).

$f = (p \wedge (q \vee r))$ et $\langle v(p) = 1, v(q) = 0, v(r) = 1 \rangle$: $\mathcal{V}(f, v)$?

Valeur sous un environnement

- $\mathcal{V}(\perp, v) = 0$;
- si p est une variable atomique alors $\mathcal{V}(p, v) = v(p)$;
- $\mathcal{V}(\neg p, v) = 1$ ssi, $\mathcal{V}(p, v) = 0$ (NÉGATION) ;
- $\mathcal{V}(p \wedge q, v) = 1$ ssi $\mathcal{V}(p, v) = \mathcal{V}(q, v) = 1$ (CONJONCTION) ;
- $\mathcal{V}(p \vee q, v) = 0$ ssi, $\mathcal{V}(p, v) = \mathcal{V}(q, v) = 0$ (DISJONCTION) ;
- $\mathcal{V}(p \rightarrow q, v) = 0$ ssi, $\mathcal{V}(p, v) = 1$ et $\mathcal{V}(q, v) = 0$ (IMPLICATION) ;
- $\mathcal{V}(p \leftrightarrow q, v) = 1$ ssi, $\mathcal{V}(p, v) = \mathcal{V}(q, v)$ (ÉQUIVALENCE),

$f = (p \wedge (q \vee r))$ et $\langle v(p) = 1, v(q) = 0, v(r) = 1 \rangle$: $\mathcal{V}(f, v)$?

Valeur sous un environnement

- $\mathcal{V}(\bot, v) = 0$;
- si p est une variable atomique alors $\mathcal{V}(p, v) = v(p)$;
- $\mathcal{V}(\neg p, v) = 1$ ssi, $\mathcal{V}(p, v) = 0$ (NÉGATION) ;
- $\mathcal{V}(p \wedge q, v) = 1$ ssi $\mathcal{V}(p, v) = \mathcal{V}(q, v) = 1$ (CONJONCTION) ;
- $\mathcal{V}(p \vee q, v) = 0$ ssi, $\mathcal{V}(p, v) = \mathcal{V}(q, v) = 0$ (DISJONCTION) ;
- $\mathcal{V}(p \rightarrow q, v) = 0$ ssi, $\mathcal{V}(p, v) = 1$ et $\mathcal{V}(q, v) = 0$ (IMPLICATION) ;
- $\mathcal{V}(p \leftrightarrow q, v) = 1$ ssi, $\mathcal{V}(p, v) = \mathcal{V}(q, v)$ (ÉQUIVALENCE),

$f = (p \wedge (q \vee r))$ et $\langle v(p) = 1, v(q) = 0, v(r) = 1 \rangle$: $\mathcal{V}(f, v)$?

Valeur sous un environnement

- $\mathcal{V}(\bot, v) = 0$;
- si p est une variable atomique alors $\mathcal{V}(p, v) = v(p)$;
- $\mathcal{V}(\neg p, v) = 1$ ssi, $\mathcal{V}(p, v) = 0$ (NÉGATION) ;
- $\mathcal{V}(p \wedge q, v) = 1$ ssi $\mathcal{V}(p, v) = \mathcal{V}(q, v) = 1$ (CONJONCTION) ;
- $\mathcal{V}(p \vee q, v) = 0$ ssi, $\mathcal{V}(p, v) = \mathcal{V}(q, v) = 0$ (DISJONCTION) ;
- $\mathcal{V}(p \rightarrow q, v) = 0$ ssi, $\mathcal{V}(p, v) = 1$ et $\mathcal{V}(q, v) = 0$ (IMPLICATION) ;
- $\mathcal{V}(p \leftrightarrow q, v) = 1$ ssi, $\mathcal{V}(p, v) = \mathcal{V}(q, v)$ (ÉQUIVALENCE),

$f = (p \wedge (q \vee r))$ et $\langle v(p) = 1, v(q) = 0, v(r) = 1 \rangle$: $\mathcal{V}(f, v)$?

Valeur sous un environnement

- $\mathcal{V}(\perp, v) = 0$;
- si p est une variable atomique alors $\mathcal{V}(p, v) = v(p)$;
- $\mathcal{V}(\neg p, v) = 1$ ssi, $\mathcal{V}(p, v) = 0$ (NÉGATION) ;
- $\mathcal{V}(p \wedge q, v) = 1$ ssi $\mathcal{V}(p, v) = \mathcal{V}(q, v) = 1$ (CONJONCTION) ;
- $\mathcal{V}(p \vee q, v) = 0$ ssi, $\mathcal{V}(p, v) = \mathcal{V}(q, v) = 0$ (DISJONCTION) ;
- $\mathcal{V}(p \rightarrow q, v) = 0$ ssi, $\mathcal{V}(p, v) = 1$ et $\mathcal{V}(q, v) = 0$ (IMPLICATION) ;
- $\mathcal{V}(p \leftrightarrow q, v) = 1$ ssi, $\mathcal{V}(p, v) = \mathcal{V}(q, v)$ (ÉQUIVALENCE),

$f = (p \wedge (q \vee r))$ et $\langle v(p) = 1, v(q) = 0, v(r) = 1 \rangle$: $\mathcal{V}(f, v)$?

Valeur sous un environnement

- $\mathcal{V}(\bot, v) = 0$;
- si p est une variable atomique alors $\mathcal{V}(p, v) = v(p)$;
- $\mathcal{V}(\neg p, v) = 1$ ssi, $\mathcal{V}(p, v) = 0$ (NÉGATION) ;
- $\mathcal{V}(p \wedge q, v) = 1$ ssi $\mathcal{V}(p, v) = \mathcal{V}(q, v) = 1$ (CONJONCTION) ;
- $\mathcal{V}(p \vee q, v) = 0$ ssi, $\mathcal{V}(p, v) = \mathcal{V}(q, v) = 0$ (DISJONCTION) ;
- $\mathcal{V}(p \rightarrow q, v) = 0$ ssi, $\mathcal{V}(p, v) = 1$ et $\mathcal{V}(q, v) = 0$ (IMPLICATION) ;
- $\mathcal{V}(p \leftrightarrow q, v) = 1$ ssi, $\mathcal{V}(p, v) = \mathcal{V}(q, v)$ (ÉQUIVALENCE),

$f = (p \wedge (q \vee r))$ et $\langle v(p) = 1, v(q) = 0, v(r) = 1 \rangle$: $\mathcal{V}(f, v)$?

Valeur sous un environnement

- $\mathcal{V}(\bot, v) = 0$;
- si p est une variable atomique alors $\mathcal{V}(p, v) = v(p)$;
- $\mathcal{V}(\neg p, v) = 1$ ssi, $\mathcal{V}(p, v) = 0$ (NÉGATION) ;
- $\mathcal{V}(p \wedge q, v) = 1$ ssi $\mathcal{V}(p, v) = \mathcal{V}(q, v) = 1$ (CONJONCTION) ;
- $\mathcal{V}(p \vee q, v) = 0$ ssi, $\mathcal{V}(p, v) = \mathcal{V}(q, v) = 0$ (DISJONCTION) ;
- $\mathcal{V}(p \rightarrow q, v) = 0$ ssi, $\mathcal{V}(p, v) = 1$ et $\mathcal{V}(q, v) = 0$ (IMPLICATION) ;
- $\mathcal{V}(p \leftrightarrow q, v) = 1$ ssi, $\mathcal{V}(p, v) = \mathcal{V}(q, v)$ (ÉQUIVALENCE),

$f = (p \wedge (q \vee r))$ et $\langle v(p) = 1, v(q) = 0, v(r) = 1 \rangle$: $\mathcal{V}(f, v)$?

```haskell
type Environnement = Dic.Map Atome Bool

-- exemple d'environnement
env1 = Dic.fromList[('p',True),('q',False)]

-- évaluation récursive d'une formule sous un environnement
eval :: Formule -> Environnement -> Bool
eval Faux env          = False
eval (Atomic a) env    = env Dic.! a
eval (Non f) env       = if (eval f env) then False else True
eval (Et f g) env      = if (eval f env) then (eval g env) else False
eval (Ou f g) env      = if (eval f env) then True else (eval g env)
eval (Imp f g) env     = eval (Non (f & (Non g))) env
eval (Equiv f g) env = eval ((f & g) §  ((Non f) & (Non g))) env
```

Tables de vérité

$p \lor (\neg q \rightarrow p)$

p	q	$\neg q$	$\neg q \rightarrow p$	$p \lor (\neg q \rightarrow p)$
1	1	0	1	1
1	0	1	1	1
0	1	0	1	1
0	0	1	0	0

Tables de vérité

$p \vee (\neg q \rightarrow p)$

p	q	$\neg q$	$\neg q \rightarrow p$	$p \vee (\neg q \rightarrow p)$
1	1	0	1	1
1	0	1	1	1
0	1	0	1	1
0	0	1	0	0

Tables de vérité

$p \vee (\neg q \rightarrow p)$

p	q	$\neg q$	$\neg q \rightarrow p$	$p \vee (\neg q \rightarrow p)$
1	1	0	1	1
1	0	1	1	1
0	1	0	1	1
0	0	1	0	0

Tables de vérité

$p \vee (\neg q \rightarrow p)$

p	q	$\neg q$	$\neg q \rightarrow p$	$p \vee (\neg q \rightarrow p)$
1	1	0	1	1
1	0	1	1	1
0	1	0	1	1
0	0	1	0	0

Tables de vérité

$p \lor (\neg q \to p)$

p	q	$\neg q$	$\neg q \to p$	$p \lor (\neg q \to p)$
1	1	0	1	1
1	0	1	1	1
0	1	0	1	1
0	0	1	0	0

Tables de vérité

$p \vee (\neg q \rightarrow p)$

p	q	$\neg q$	$\neg q \rightarrow p$	$p \vee (\neg q \rightarrow p)$
1	1	0	1	1
1	0	1	1	1
0	1	0	1	1
0	0	1	0	0

Tables de vérité

$p \vee (\neg q \rightarrow p)$

p	q	$\neg q$	$\neg q \rightarrow p$	$p \vee (\neg q \rightarrow p)$
1	1	0	1	1
1	0	1	1	1
0	1	0	1	1
0	0	1	0	0

Tables de vérité

$p \vee (\neg q \rightarrow p)$

p	q	$\neg q$	$\neg q \rightarrow p$	$p \vee (\neg q \rightarrow p)$
1	1	0	1	1
1	0	1	1	1
0	1	0	1	1
0	0	1	0	0

Tables de vérité

$p \vee (\neg q \rightarrow p)$

p	q	$\neg q$	$\neg q \rightarrow p$	$p \vee (\neg q \rightarrow p)$
1	1	0	1	1
1	0	1	1	1
0	1	0	1	1
0	0	1	0	0

Tables de vérité

$p \vee (\neg q \rightarrow p)$

p	q	$\neg q$	$\neg q \rightarrow p$	$p \vee (\neg q \rightarrow p)$
1	1	0	1	1
1	0	1	1	1
0	1	0	1	1
0	0	1	0	0

Tables de vérité

$p \vee (\neg q \rightarrow p)$

p	q	$\neg q$	$\neg q \rightarrow p$	$p \vee (\neg q \rightarrow p)$
1	1	0	1	1
1	0	1	1	1
0	1	0	1	1
0	0	1	0	0

Tables de vérité

$p \vee (\neg q \rightarrow p)$

p	q	$\neg q$	$\neg q \rightarrow p$	$p \vee (\neg q \rightarrow p)$
1	1	0	1	1
1	0	1	1	1
0	1	0	1	1
0	0	1	0	0

Tables de vérité

$p \vee (\neg q \rightarrow p)$

p	q	$\neg q$	$\neg q \rightarrow p$	$p \vee (\neg q \rightarrow p)$
1	1	0	1	1
1	0	1	1	1
0	1	0	1	1
0	0	1	0	0

Tables de vérité

$p \vee (\neg q \rightarrow p)$

p	q	$\neg q$	$\neg q \rightarrow p$	$p \vee (\neg q \rightarrow p)$
1	1	0	1	1
1	0	1	1	1
0	1	0	1	1
0	0	1	0	0

Tables de vérité

$p \vee (\neg q \rightarrow p)$

p	q	$\neg q$	$\neg q \rightarrow p$	$p \vee (\neg q \rightarrow p)$
1	1	0	1	1
1	0	1	1	1
0	1	0	1	1
0	0	1	0	0

Tables de vérité

$p \vee (\neg q \rightarrow p)$

p	q	$\neg q$	$\neg q \rightarrow p$	$p \vee (\neg q \rightarrow p)$
1	1	0	1	1
1	0	1	1	1
0	1	0	1	1
0	0	1	0	0

Tables de vérité

$p \vee (\neg q \rightarrow p)$

p	q	$\neg q$	$\neg q \rightarrow p$	$p \vee (\neg q \rightarrow p)$
1	1	0	1	1
1	0	1	1	1
0	1	0	1	1
0	0	1	0	0

Tables de vérité

$p \vee (\neg q \rightarrow p)$

p	q	$\neg q$	$\neg q \rightarrow p$	$p \vee (\neg q \rightarrow p)$
1	1	0	1	1
1	0	1	1	1
0	1	0	1	1
0	0	1	0	0

Tables de vérité

$p \vee (\neg q \rightarrow p)$

p	q	$\neg q$	$\neg q \rightarrow p$	$p \vee (\neg q \rightarrow p)$
1	1	0	1	1
1	0	1	1	1
0	1	0	1	1
0	0	1	0	0

Tables de vérité

$p \vee (\neg q \rightarrow p)$

p	q	$\neg q$	$\neg q \rightarrow p$	$p \vee (\neg q \rightarrow p)$
1	1	0	1	1
1	0	1	1	1
0	1	0	1	1
0	0	1	0	0

Tables de vérité

$p \vee (\neg q \rightarrow p)$

p	q	$\neg q$	$\neg q \rightarrow p$	$p \vee (\neg q \rightarrow p)$
1	1	0	1	1
1	0	1	1	1
0	1	0	1	1
0	0	1	0	0

Tables de vérité

$p \vee (\neg q \rightarrow p)$

p	q	$\neg q$	$\neg q \rightarrow p$	$p \vee (\neg q \rightarrow p)$
1	1	0	1	1
1	0	1	1	1
0	1	0	1	1
0	0	1	0	0

Tables de vérité

$p \vee (\neg q \rightarrow p)$

p	q	$\neg q$	$\neg q \rightarrow p$	$p \vee (\neg q \rightarrow p)$
1	1	0	1	1
1	0	1	1	1
0	1	0	1	1
0	0	1	0	0

Tables de vérité

$p \vee (\neg q \rightarrow p)$

p	q	$\neg q$	$\neg q \rightarrow p$	$p \vee (\neg q \rightarrow p)$
1	1	0	1	1
1	0	1	1	1
0	1	0	1	1
0	0	1	0	0

Tables de vérité

$p \vee (\neg q \rightarrow p)$

p	q	$\neg q$	$\neg q \rightarrow p$	$p \vee (\neg q \rightarrow p)$
1	1	0	1	1
1	0	1	1	1
0	1	0	1	1
0	0	1	0	0

Tables de vérité

$p \vee (\neg q \rightarrow p)$

p	q	$\neg q$	$\neg q \rightarrow p$	$p \vee (\neg q \rightarrow p)$
1	1	0	1	1
1	0	1	1	1
0	1	0	1	1
0	0	1	0	0

Tables de vérité

$p \vee (\neg q \rightarrow p)$

p	q	$\neg q$	$\neg q \rightarrow p$	$p \vee (\neg q \rightarrow p)$
1	1	0	1	1
1	0	1	1	1
0	1	0	1	1
0	0	1	0	0

```
*Main Dic> let p9 =  μ  'p'  § ( Non ( μ  'q') ==>  μ  'p')
*Main Dic> table_verite p9
[('p',True),('q',True)] --> True
[('p',True),('q',False)] --> True
[('p',False),('q',True)] --> True
[('p',False),('q',False)] --> False
```

Tables de vérité de $\wedge$, $\vee$, $\rightarrow$, $\leftrightarrow$?

Tables de vérité de $\wedge$, $\vee$, $\rightarrow$, $\leftrightarrow$?

- $\mathcal{V}(\bot, v) = 0$;
- si p est une variable atomique alors $\mathcal{V}(p, v) = v(p)$;
- $\mathcal{V}(\neg p, v) = 1$ ssi, $\mathcal{V}(p, v) = 0$

Tables de vérité de $\wedge$, $\vee$, $\rightarrow$, $\leftrightarrow$?

- $\mathcal{V}(\bot, v) = 0$;
- si p est une variable atomique alors $\mathcal{V}(p, v) = v(p)$;
- $\mathcal{V}(\neg p, v) = 1$ ssi, $\mathcal{V}(p, v) = 0$ (NÉGATION) ;
- $\mathcal{V}(p \wedge q, v) = 1$ ssi $\mathcal{V}(p, v) = \mathcal{V}(q, v) = 1$

Tables de vérité de $\wedge$, $\vee$, $\rightarrow$, $\leftrightarrow$?

- $\mathcal{V}(\perp, v) = 0$;
- si p est une variable atomique alors $\mathcal{V}(p, v) = v(p)$;
- $\mathcal{V}(\neg p, v) = 1$ ssi, $\mathcal{V}(p, v) = 0$ (NÉGATION) ;

Tables de vérité de $\wedge$, $\vee$, $\rightarrow$, $\leftrightarrow$?

- $\mathcal{V}(\bot, v) = 0$;
- si p est une variable atomique alors $\mathcal{V}(p, v) = v(p)$;
- $\mathcal{V}(\neg p, v) = 1$ ssi, $\mathcal{V}(p, v) = 0$ (NÉGATION) ;
- $\mathcal{V}(p \wedge q, v) = 1$ ssi $\mathcal{V}(p, v) = \mathcal{V}(q, v) = 1$ (CONJONCTION) ;
- $\mathcal{V}(p \vee q, v) = 0$ ssi, $\mathcal{V}(p, v) = \mathcal{V}(q, v) = 0$ (DISJONCTION) ;

Tables de vérité de $\wedge$, $\vee$, $\rightarrow$, $\leftrightarrow$?

- $\mathcal{V}(\bot, v) = 0$;
- si p est une variable atomique alors $\mathcal{V}(p, v) = v(p)$;
- $\mathcal{V}(\neg p, v) = 1$ ssi, $\mathcal{V}(p, v) = 0$ (NÉGATION) ;
- $\mathcal{V}(p \wedge q, v) = 1$ ssi $\mathcal{V}(p, v) = \mathcal{V}(q, v) = 1$ (CONJONCTION) ;

Tables de vérité de $\wedge$, $\vee$, $\rightarrow$, $\leftrightarrow$?

- $\mathcal{V}(\bot, v) = 0$;
- si p est une variable atomique alors $\mathcal{V}(p, v) = v(p)$;
- $\mathcal{V}(\neg p, v) = 1$ ssi, $\mathcal{V}(p, v) = 0$ (NÉGATION) ;
- $\mathcal{V}(p \wedge q, v) = 1$ ssi $\mathcal{V}(p, v) = \mathcal{V}(q, v) = 1$ (CONJONCTION) ;
- $\mathcal{V}(p \vee q, v) = 0$ ssi, $\mathcal{V}(p, v) = \mathcal{V}(q, v) = 0$ (DISJONCTION) ;
- $\mathcal{V}(p \rightarrow q, v) = 0$ ssi, $\mathcal{V}(p, v) = 1$ et $\mathcal{V}(q, v) = 0$

Tables de vérité de $\wedge$, $\vee$, $\rightarrow$, $\leftrightarrow$?

- $\mathcal{V}(\bot, v) = 0$;
- si p est une variable atomique alors $\mathcal{V}(p, v) = v(p)$;
- $\mathcal{V}(\neg p, v) = 1$ ssi, $\mathcal{V}(p, v) = 0$ (NÉGATION) ;
- $\mathcal{V}(p \wedge q, v) = 1$ ssi $\mathcal{V}(p, v) = \mathcal{V}(q, v) = 1$ (CONJONCTION) ;
- $\mathcal{V}(p \vee q, v) = 0$ ssi, $\mathcal{V}(p, v) = \mathcal{V}(q, v) = 0$ (DISJONCTION) ;

Tables de vérité de $\wedge$, $\vee$, $\rightarrow$, $\leftrightarrow$?

- $\mathcal{V}(\bot, v) = 0$;
- si p est une variable atomique alors $\mathcal{V}(p, v) = v(p)$;
- $\mathcal{V}(\neg p, v) = 1$ ssi, $\mathcal{V}(p, v) = 0$ (NÉGATION) ;
- $\mathcal{V}(p \wedge q, v) = 1$ ssi $\mathcal{V}(p, v) = \mathcal{V}(q, v) = 1$ (CONJONCTION) ;
- $\mathcal{V}(p \vee q, v) = 0$ ssi, $\mathcal{V}(p, v) = \mathcal{V}(q, v) = 0$ (DISJONCTION) ;
- $\mathcal{V}(p \rightarrow q, v) = 0$ ssi, $\mathcal{V}(p, v) = 1$ et $\mathcal{V}(q, v) = 0$ (IMPLICATION) ;
- $\mathcal{V}(p \leftrightarrow q, v) = 1$ ssi, $\mathcal{V}(p, v) = \mathcal{V}(q, v)$ (ÉQUIVALENCE)

Tables de vérité de $\wedge$, $\vee$, $\rightarrow$, $\leftrightarrow$?

- $\mathcal{V}(\bot, v) = 0$;
- si p est une variable atomique alors $\mathcal{V}(p, v) = v(p)$;
- $\mathcal{V}(\neg p, v) = 1$ ssi, $\mathcal{V}(p, v) = 0$ (NÉGATION) ;
- $\mathcal{V}(p \wedge q, v) = 1$ ssi $\mathcal{V}(p, v) = \mathcal{V}(q, v) = 1$ (CONJONCTION) ;
- $\mathcal{V}(p \vee q, v) = 0$ ssi, $\mathcal{V}(p, v) = \mathcal{V}(q, v) = 0$ (DISJONCTION) ;
- $\mathcal{V}(p \rightarrow q, v) = 0$ ssi, $\mathcal{V}(p, v) = 1$ et $\mathcal{V}(q, v) = 0$ (IMPLICATION) ;
- $\mathcal{V}(p \leftrightarrow q, v) = 1$ ssi, $\mathcal{V}(p, v) = \mathcal{V}(q, v)$

Tables de vérité de $\wedge$, $\vee$, $\rightarrow$, $\leftrightarrow$?

- $\mathcal{V}(\bot, v) = 0$;
- si p est une variable atomique alors $\mathcal{V}(p, v) = v(p)$;
- $\mathcal{V}(\neg p, v) = 1$ ssi, $\mathcal{V}(p, v) = 0$ (NÉGATION) ;
- $\mathcal{V}(p \wedge q, v) = 1$ ssi $\mathcal{V}(p, v) = \mathcal{V}(q, v) = 1$ (CONJONCTION) ;
- $\mathcal{V}(p \vee q, v) = 0$ ssi, $\mathcal{V}(p, v) = \mathcal{V}(q, v) = 0$ (DISJONCTION) ;
- $\mathcal{V}(p \rightarrow q, v) = 0$ ssi, $\mathcal{V}(p, v) = 1$ et $\mathcal{V}(q, v) = 0$ (IMPLICATION) ;
- $\mathcal{V}(p \leftrightarrow q, v) = 1$ ssi, $\mathcal{V}(p, v) = \mathcal{V}(q, v)$ (ÉQUIVALENCE) ;

Tables de vérité de $\wedge$, $\vee$, $\rightarrow$, $\leftrightarrow$?

- $\mathcal{V}(\bot, v) = 0$;
- si p est une variable atomique alors $\mathcal{V}(p, v) = v(p)$;
- $\mathcal{V}(\neg p, v) = 1$ ssi, $\mathcal{V}(p, v) = 0$ (NÉGATION) ;
- $\mathcal{V}(p \wedge q, v) = 1$ ssi $\mathcal{V}(p, v) = \mathcal{V}(q, v) = 1$ (CONJONCTION) ;
- $\mathcal{V}(p \vee q, v) = 0$ ssi, $\mathcal{V}(p, v) = \mathcal{V}(q, v) = 0$ (DISJONCTION) ;
- $\mathcal{V}(p \rightarrow q, v) = 0$ ssi, $\mathcal{V}(p, v) = 1$ et $\mathcal{V}(q, v) = 0$ (IMPLICATION) ;
- $\mathcal{V}(p \leftrightarrow q, v) = 1$ ssi, $\mathcal{V}(p, v) = \mathcal{V}(q, v)$ (ÉQUIVALENCE),

Tables de vérité de $\wedge$, $\vee$, $\rightarrow$, $\leftrightarrow$?

- $\mathcal{V}(\bot, v) = 0$;
- si p est une variable atomique alors $\mathcal{V}(p, v) = v(p)$;
- $\mathcal{V}(\neg p, v) = 1$ ssi, $\mathcal{V}(p, v) = 0$ (NÉGATION) ;
- $\mathcal{V}(p \wedge q, v) = 1$ ssi $\mathcal{V}(p, v) = \mathcal{V}(q, v) = 1$ (CONJONCTION) ;
- $\mathcal{V}(p \vee q, v) = 0$ ssi, $\mathcal{V}(p, v) = \mathcal{V}(q, v) = 0$ (DISJONCTION) ;
- $\mathcal{V}(p \rightarrow q, v) = 0$ ssi, $\mathcal{V}(p, v) = 1$ et $\mathcal{V}(q, v) = 0$ (IMPLICATION) ;
- $\mathcal{V}(p \leftrightarrow q, v) = 1$ ssi, $\mathcal{V}(p, v) = \mathcal{V}(q, v)$ (ÉQUIVALENCE),

Tables de vérité de $\wedge$, $\vee$, $\rightarrow$, $\leftrightarrow$?

- $\mathcal{V}(\bot, v) = 0$;
- si p est une variable atomique alors $\mathcal{V}(p, v) = v(p)$;
- $\mathcal{V}(\neg p, v) = 1$ ssi, $\mathcal{V}(p, v) = 0$ (NÉGATION) ;
- $\mathcal{V}(p \wedge q, v) = 1$ ssi $\mathcal{V}(p, v) = \mathcal{V}(q, v) = 1$ (CONJONCTION) ;
- $\mathcal{V}(p \vee q, v) = 0$ ssi, $\mathcal{V}(p, v) = \mathcal{V}(q, v) = 0$ (DISJONCTION) ;
- $\mathcal{V}(p \rightarrow q, v) = 0$ ssi, $\mathcal{V}(p, v) = 1$ et $\mathcal{V}(q, v) = 0$ (IMPLICATION) ;
- $\mathcal{V}(p \leftrightarrow q, v) = 1$ ssi, $\mathcal{V}(p, v) = \mathcal{V}(q, v)$ (ÉQUIVALENCE),

```
*Main> table_verite ( µ  'p' &  µ  'q')
[('p',True),('q',True)] --> True
[('p',True),('q',False)] --> False
[('p',False),('q',True)] --> False
[('p',False),('q',False)] --> False
```

```
*Main> table_verite ( µ  'p' §  µ  'q')
[('p',True),('q',True)] --> True
[('p',True),('q',False)] --> True
[('p',False),('q',True)] --> True
[('p',False),('q',False)] --> False
```

```
*Main> table_verite ( μ  'p' &  μ  'q')
[('p',True),('q',True)] --> True
[('p',True),('q',False)] --> False
[('p',False),('q',True)] --> False
[('p',False),('q',False)] --> False
```

```
*Main> table_verite ( μ  'p' §  μ  'q')
[('p',True),('q',True)] --> True
[('p',True),('q',False)] --> True
[('p',False),('q',True)] --> True
[('p',False),('q',False)] --> False
```

```
*Main> table_verite ( µ  'p' ==>  µ  'q')
[('p',True),('q',True)] --> True
[('p',True),('q',False)] --> False
[('p',False),('q',True)] --> True
[('p',False),('q',False)] --> True
```

```
*Main> table_verite ( µ  'p' <==>  µ  'q')
[('p',True),('q',True)] --> True
[('p',True),('q',False)] --> False
[('p',False),('q',True)] --> False
[('p',False),('q',False)] --> True
```

```
*Main> table_verite ( μ  'p' ==>  μ  'q')
[('p',True),('q',True)] --> True
[('p',True),('q',False)] --> False
[('p',False),('q',True)] --> True
[('p',False),('q',False)] --> True
```

```
*Main> table_verite ( μ  'p' <==>  μ  'q')
[('p',True),('q',True)] --> True
[('p',True),('q',False)] --> False
[('p',False),('q',True)] --> False
[('p',False),('q',False)] --> True
```

Définition 4

Un *modèle* d'une formule donnée est un environnement pour lequel la formule est vraie.

Par exemple, $\langle v(p) = 1, v(q) = 0 \rangle$ est un modèle de $p \vee (\neg q \rightarrow p)$.

Définition 4

Un *modèle* d'une formule donnée est un environnement pour lequel la formule est vraie.

Par exemple, $\langle v(p) = 1, v(q) = 0 \rangle$ est un modèle de $p \vee (\neg q \rightarrow p)$.

Définition 4

Un *modèle* d'une formule donnée est un environnement pour lequel la formule est vraie.

Par exemple, $\langle v(p) = 1, v(q) = 0 \rangle$ est un modèle de $p \vee (\neg q \rightarrow p)$.

Définition 5

Une formule est *satisfiable* si, et seulement si, elle admet au moins un modèle.

Par exemple $p \vee (\neg q \rightarrow p)$ est satisfiable.

Définition 5

Une formule est *satisfiable* si, et seulement si, elle admet au moins un modèle.

Par exemple $p \vee (\neg q \rightarrow p)$ est satisfiable.

Définition 5

Une formule est *satisfiable* si, et seulement si, elle admet au moins un modèle.

Par exemple $p \vee (\neg q \rightarrow p)$ est satisfiable.

Définition 6

Une formule f vraie pour toutes les interprétations de ses variables atomiques est une *tautologie*. On note alors $\models f$.

Par exemple, vérifiez que $\models (\neg p \vee p)$.

Définition 6

Une formule f vraie pour toutes les interprétations de ses variables atomiques est une *tautologie*. On note alors $\models f$.

Par exemple, vérifiez que $\models (\neg p \vee p)$.

Définition 6

Une formule f vraie pour toutes les interprétations de ses variables atomiques est une *tautologie*. On note alors $\models f$.

Par exemple, vérifiez que $\models (\neg p \vee p)$.

Définition 7

Une formule qui n'admet aucun modèle est dite *insatisfiable*.

Par exemple $\neg p \wedge p$ est insatisfiable.

Définition 7

Une formule qui n'admet aucun modèle est dite *insatisfiable*.

Par exemple $\neg p \wedge p$ est insatisfiable.

Définition 7

Une formule qui n'admet aucun modèle est dite *insatisfiable*.

Par exemple $\neg p \wedge p$ est insatisfiable.

Conséquence logique

Définition 8

Soit F une formule ou un ensemble de formules et G une formule. On dit que G est une *conséquence logique* de F si, et seulement si, tout modèle de F est aussi un modèle de G. On note alors $F \models G$.

Conséquence logique

Définition 8

Soit F une formule ou un ensemble de formules et G une formule. On dit que G est une *conséquence logique* de F si, et seulement si, tout modèle de F est aussi un modèle de G. On note alors $F \models G$.

Conséquence logique

Définition 8

Soit F une formule ou un ensemble de formules et G une formule. On dit que G est une *conséquence logique* de F si, et seulement si, tout modèle de F est aussi un modèle de G. On note alors $F \models G$.

Exemple

« Je vous paierez seulement si votre programme marche. Or votre programme ne marche pas donc je ne vous paierai pas. »
Notons p la variable atomique : « Le client paye » et m la variable : « le programme marche ».
Si le client paye, cela implique que le programme marche donc on a $p \rightarrow m$.
De plus on sait que $\neg m$.
La conséquence logique en est $\neg p$.
Le raisonnement du client peut donc être modélisé par :

$$p \rightarrow m,\ \neg m \models \neg p$$

Est-il correct ?

Exemple

« Je vous paierez seulement si votre programme marche. Or votre programme ne marche pas donc je ne vous paierai pas. »
Notons p la variable atomique : « Le client paye » et m la variable : « le programme marche ».
Si le client paye, cela implique que le programme marche donc on a $p \rightarrow m$.
De plus on sait que $\neg m$.
La conséquence logique en est $\neg p$.
Le raisonnement du client peut donc être modélisé par :

$$p \rightarrow m, \neg m \models \neg p$$

Est-il correct ?

Exemple

« Je vous paierez seulement si votre programme marche. Or votre programme ne marche pas donc je ne vous paierai pas. »
Notons p la variable atomique : « Le client paye » et m la variable : « le programme marche ».
Si le client paye, cela implique que le programme marche donc on a $p \rightarrow m$.
De plus on sait que $\neg m$.
La conséquence logique en est $\neg p$.
Le raisonnement du client peut donc être modélisé par :

$$p \rightarrow m, \neg m \models \neg p$$

Est-il correct ?

Exemple

« Je vous paierez seulement si votre programme marche. Or votre programme ne marche pas donc je ne vous paierai pas. »
Notons p la variable atomique : « Le client paye » et m la variable : « le programme marche ».
Si le client paye, cela implique que le programme marche donc on a $p \rightarrow m$.
De plus on sait que $\neg m$.
La conséquence logique en est $\neg p$.
Le raisonnement du client peut donc être modélisé par :

$$p \rightarrow m, \ \neg m \models \neg p$$

Est-il correct ?

Exemple

« Je vous paierez seulement si votre programme marche. Or votre programme ne marche pas donc je ne vous paierai pas. »
Notons p la variable atomique : « Le client paye » et m la variable : « le programme marche ».
Si le client paye, cela implique que le programme marche donc on a $p \rightarrow m$.
De plus on sait que $\neg m$.
La conséquence logique en est $\neg p$.
Le raisonnement du client peut donc être modélisé par :

$$p \rightarrow m,\ \neg m \models \neg p$$

Est-il correct ?

Exemple

« Je vous paierez seulement si votre programme marche. Or votre programme ne marche pas donc je ne vous paierai pas. »
Notons p la variable atomique : « Le client paye » et m la variable : « le programme marche ».
Si le client paye, cela implique que le programme marche donc on a $p \rightarrow m$.
De plus on sait que $\neg m$.
La conséquence logique en est $\neg p$.
Le raisonnement du client peut donc être modélisé par :

$$p \rightarrow m,\ \neg m \models \neg p$$

Est-il correct ?

« Je vous paierez seulement si votre programme marche. Or je ne vous paierai pas donc votre programme ne marche pas »

Attention !

Notez la différence entre $\rightarrow$ et $\models$!...

$F \models G$ » signifie que « $F \rightarrow G$ est une tautologie » ou encore « $\models (F \rightarrow G)$ ».

Attention !

Notez la différence entre $\rightarrow$ et $\models$!...

« $F \models G$ » signifie que « $F \rightarrow G$ est une tautologie » ou encore « $\models (F \rightarrow G)$ ».

Attention !

Notez la différence entre $\rightarrow$ et $\models$!...
$F \models G$ » signifie que « $F \rightarrow G$ est une tautologie » ou encore « $\models (F \rightarrow G)$ ».

Exercice 3

Remplissez la table suivante :

p	m	$p \rightarrow m$	$\neg m$	$(p \rightarrow m) \wedge \neg m$	$\neg p$	$((p \rightarrow m) \wedge \neg m) \rightarrow \neg p$
1	1					
1	0					
0	1					
0	0					

équivalence logique

Définition 9

Soient F et G deux formules. On dit que E et F sont logiquement équivalentes si, et seulement si, $F \models G$ et $G \models F$. On note alors $F \equiv G$.

Équivalence entre connecteurs	$p \rightarrow q \equiv \neg p \vee q$
	$p \leftrightarrow q \equiv (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p) \equiv (p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$
Double négation	$\neg\neg p \equiv p$
Lois de De Morgan	$\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q, \quad \neg(p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q$
Idempotence	$p \vee p \equiv p \wedge p \equiv p$
Commutativité	$p \wedge q \equiv q \wedge p, \quad p \vee q \equiv q \vee p$
Associativité	$p \wedge (q \wedge r) \equiv (p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge q \wedge r$
	$p \vee (q \vee r) \equiv (p \vee q) \vee r \equiv p \vee q \vee r$
Contradiction	$p \wedge \neg p \equiv \bot$
Tiers exclus	$p \vee \neg p \equiv \top$
Lois de domination	$p \vee \top \equiv \top, \quad p \wedge \bot \equiv \bot$
Lois d'identité	$p \vee \bot \equiv p, \quad p \wedge \top \equiv p$
Distributivité	$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$
	$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
Absorption	$p \vee (p \wedge q) \equiv p, \quad p \wedge (p \vee q) \equiv p$

Équivalence entre connecteurs	$p \rightarrow q \equiv \neg p \vee q$
	$p \leftrightarrow q \equiv (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p) \equiv (p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$
Double négation	$\neg\neg p \equiv p$
Lois de De Morgan	$\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q, \quad \neg(p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q$
Idempotence	$p \vee p \equiv p \wedge p \equiv p$
Commutativité	$p \wedge q \equiv q \wedge p, \quad p \vee q \equiv q \vee p$
Associativité	$p \wedge (q \wedge r) \equiv (p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge q \wedge r$
	$p \vee (q \vee r) \equiv (p \vee q) \vee r \equiv p \vee q \vee r$
Contradiction	$p \wedge \neg p \equiv \bot$
Tiers exclus	$p \vee \neg p \equiv \top$
Lois de domination	$p \vee \top \equiv \top, \quad p \wedge \bot \equiv \bot$
Lois d'identité	$p \vee \bot \equiv p, \quad p \wedge \top \equiv p$
Distributivité	$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$
	$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
Absorption	$p \vee (p \wedge q) \equiv p, \quad p \wedge (p \vee q) \equiv p$

Équivalence entre connecteurs	$p \to q \equiv \neg p \vee q$
	$p \leftrightarrow q \equiv (p \to q) \wedge (q \to p) \equiv (p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$
Double négation	$\neg\neg p \equiv p$
Lois de De Morgan	$\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q, \quad \neg(p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q$
Idempotence	$p \vee p \equiv p \wedge p \equiv p$
Commutativité	$p \wedge q \equiv q \wedge p, \quad p \vee q \equiv q \vee p$
Associativité	$p \wedge (q \wedge r) \equiv (p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge q \wedge r$
	$p \vee (q \vee r) \equiv (p \vee q) \vee r \equiv p \vee q \vee r$
Contradiction	$p \wedge \neg p \equiv \bot$
Tiers exclus	$p \vee \neg p \equiv \top$
Lois de domination	$p \vee \top \equiv \top, \quad p \wedge \bot \equiv \bot$
Lois d'identité	$p \vee \bot \equiv p, \quad p \wedge \top \equiv p$
Distributivité	$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$
	$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
Absorption	$p \vee (p \wedge q) \equiv p, \quad p \wedge (p \vee q) \equiv p$

Équivalence entre connecteurs	$p \rightarrow q \equiv \neg p \vee q$
	$p \leftrightarrow q \equiv (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p) \equiv (p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$
Double négation	$\neg\neg p \equiv p$
Lois de De Morgan	$\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q, \quad \neg(p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q$
Idempotence	$p \vee p \equiv p \wedge p \equiv p$
Commutativité	$p \wedge q \equiv q \wedge p, \quad p \vee q \equiv q \vee p$
Associativité	$p \wedge (q \wedge r) \equiv (p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge q \wedge r$
	$p \vee (q \vee r) \equiv (p \vee q) \vee r \equiv p \vee q \vee r$
Contradiction	$p \wedge \neg p \equiv \bot$
Tiers exclus	$p \vee \neg p \equiv \top$
Lois de domination	$p \vee \top \equiv \top, \quad p \wedge \bot \equiv \bot$
Lois d'identité	$p \vee \bot \equiv p, \quad p \wedge \top \equiv p$
Distributivité	$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$
	$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
Absorption	$p \vee (p \wedge q) \equiv p, \quad p \wedge (p \vee q) \equiv p$

Équivalence entre connecteurs	$p \rightarrow q \equiv \neg p \vee q$
	$p \leftrightarrow q \equiv (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p) \equiv (p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$
Double négation	$\neg\neg p \equiv p$
Lois de De Morgan	$\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q, \quad \neg(p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q$
Idempotence	$p \vee p \equiv p \wedge p \equiv p$
Commutativité	$p \wedge q \equiv q \wedge p, \quad p \vee q \equiv q \vee p$
Associativité	$p \wedge (q \wedge r) \equiv (p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge q \wedge r$
	$p \vee (q \vee r) \equiv (p \vee q) \vee r \equiv p \vee q \vee r$
Contradiction	$p \wedge \neg p \equiv \bot$
Tiers exclus	$p \vee \neg p \equiv \top$
Lois de domination	$p \vee \top \equiv \top, \quad p \wedge \bot \equiv \bot$
Lois d'identité	$p \vee \bot \equiv p, \quad p \wedge \top \equiv p$
Distributivité	$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$
	$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
Absorption	$p \vee (p \wedge q) \equiv p, \quad p \wedge (p \vee q) \equiv p$

Équivalence entre connecteurs	$p \rightarrow q \equiv \neg p \vee q$
	$p \leftrightarrow q \equiv (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p) \equiv (p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$
Double négation	$\neg\neg p \equiv p$
Lois de De Morgan	$\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q, \quad \neg(p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q$
Idempotence	$p \vee p \equiv p \wedge p \equiv p$
Commutativité	$p \wedge q \equiv q \wedge p, \quad p \vee q \equiv q \vee p$
Associativité	$p \wedge (q \wedge r) \equiv (p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge q \wedge r$
	$p \vee (q \vee r) \equiv (p \vee q) \vee r \equiv p \vee q \vee r$
Contradiction	$p \wedge \neg p \equiv \bot$
Tiers exclus	$p \vee \neg p \equiv \top$
Lois de domination	$p \vee \top \equiv \top, \quad p \wedge \bot \equiv \bot$
Lois d'identité	$p \vee \bot \equiv p, \quad p \wedge \top \equiv p$
Distributivité	$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$
	$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
Absorption	$p \vee (p \wedge q) \equiv p, \quad p \wedge (p \vee q) \equiv p$

Équivalence entre connecteurs	$p \to q \equiv \neg p \vee q$
	$p \leftrightarrow q \equiv (p \to q) \wedge (q \to p) \equiv (p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$
Double négation	$\neg\neg p \equiv p$
Lois de De Morgan	$\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q, \quad \neg(p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q$
Idempotence	$p \vee p \equiv p \wedge p \equiv p$
Commutativité	$p \wedge q \equiv q \wedge p, \quad p \vee q \equiv q \vee p$
Associativité	$p \wedge (q \wedge r) \equiv (p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge q \wedge r$
	$p \vee (q \vee r) \equiv (p \vee q) \vee r \equiv p \vee q \vee r$
Contradiction	$p \wedge \neg p \equiv \bot$
Tiers exclus	$p \vee \neg p \equiv \top$
Lois de domination	$p \vee \top \equiv \top, \quad p \wedge \bot \equiv \bot$
Lois d'identité	$p \vee \bot \equiv p, \quad p \wedge \top \equiv p$
Distributivité	$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$
	$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
Absorption	$p \vee (p \wedge q) \equiv p, \quad p \wedge (p \vee q) \equiv p$

Équivalence entre connecteurs	$p \rightarrow q \equiv \neg p \vee q$
	$p \leftrightarrow q \equiv (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p) \equiv (p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$
Double négation	$\neg\neg p \equiv p$
Lois de De Morgan	$\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q, \quad \neg(p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q$
Idempotence	$p \vee p \equiv p \wedge p \equiv p$
Commutativité	$p \wedge q \equiv q \wedge p, \quad p \vee q \equiv q \vee p$
Associativité	$p \wedge (q \wedge r) \equiv (p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge q \wedge r$
	$p \vee (q \vee r) \equiv (p \vee q) \vee r \equiv p \vee q \vee r$
Contradiction	$p \wedge \neg p \equiv \bot$
Tiers exclus	$p \vee \neg p \equiv \top$
Lois de domination	$p \vee \top \equiv \top, \quad p \wedge \bot \equiv \bot$
Lois d'identité	$p \vee \bot \equiv p, \quad p \wedge \top \equiv p$
Distributivité	$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$
	$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
Absorption	$p \vee (p \wedge q) \equiv p, \quad p \wedge (p \vee q) \equiv p$

Équivalence entre connecteurs	$p \to q \equiv \neg p \vee q$
	$p \leftrightarrow q \equiv (p \to q) \wedge (q \to p) \equiv (p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$
Double négation	$\neg\neg p \equiv p$
Lois de De Morgan	$\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q, \quad \neg(p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q$
Idempotence	$p \vee p \equiv p \wedge p \equiv p$
Commutativité	$p \wedge q \equiv q \wedge p, \quad p \vee q \equiv q \vee p$
Associativité	$p \wedge (q \wedge r) \equiv (p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge q \wedge r$
	$p \vee (q \vee r) \equiv (p \vee q) \vee r \equiv p \vee q \vee r$
Contradiction	$p \wedge \neg p \equiv \bot$
Tiers exclus	$p \vee \neg p \equiv \top$
Lois de domination	$p \vee \top \equiv \top, \quad p \wedge \bot \equiv \bot$
Lois d'identité	$p \vee \bot \equiv p, \quad p \wedge \top \equiv p$
Distributivité	$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$
	$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
Absorption	$p \vee (p \wedge q) \equiv p, \quad p \wedge (p \vee q) \equiv p$

Équivalence entre connecteurs	$p \rightarrow q \equiv \neg p \vee q$
	$p \leftrightarrow q \equiv (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p) \equiv (p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$
Double négation	$\neg\neg p \equiv p$
Lois de De Morgan	$\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q, \quad \neg(p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q$
Idempotence	$p \vee p \equiv p \wedge p \equiv p$
Commutativité	$p \wedge q \equiv q \wedge p, \quad p \vee q \equiv q \vee p$
Associativité	$p \wedge (q \wedge r) \equiv (p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge q \wedge r$
	$p \vee (q \vee r) \equiv (p \vee q) \vee r \equiv p \vee q \vee r$
Contradiction	$p \wedge \neg p \equiv \bot$
Tiers exclus	$p \vee \neg p \equiv \top$
Lois de domination	$p \vee \top \equiv \top, \quad p \wedge \bot \equiv \bot$
Lois d'identité	$p \vee \bot \equiv p, \quad p \wedge \top \equiv p$
Distributivité	$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$
	$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
Absorption	$p \vee (p \wedge q) \equiv p, \quad p \wedge (p \vee q) \equiv p$

Équivalence entre connecteurs	$p \rightarrow q \equiv \neg p \vee q$
	$p \leftrightarrow q \equiv (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p) \equiv (p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$
Double négation	$\neg\neg p \equiv p$
Lois de De Morgan	$\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q, \quad \neg(p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q$
Idempotence	$p \vee p \equiv p \wedge p \equiv p$
Commutativité	$p \wedge q \equiv q \wedge p, \quad p \vee q \equiv q \vee p$
Associativité	$p \wedge (q \wedge r) \equiv (p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge q \wedge r$
	$p \vee (q \vee r) \equiv (p \vee q) \vee r \equiv p \vee q \vee r$
Contradiction	$p \wedge \neg p \equiv \bot$
Tiers exclus	$p \vee \neg p \equiv \top$
Lois de domination	$p \vee \top \equiv \top, \quad p \wedge \bot \equiv \bot$
Lois d'identité	$p \vee \bot \equiv p, \quad p \wedge \top \equiv p$
Distributivité	$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$
	$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
Absorption	$p \vee (p \wedge q) \equiv p, \quad p \wedge (p \vee q) \equiv p$

Équivalence entre connecteurs	$p \to q \equiv \neg p \vee q$
	$p \leftrightarrow q \equiv (p \to q) \wedge (q \to p) \equiv (p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$
Double négation	$\neg\neg p \equiv p$
Lois de De Morgan	$\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q, \quad \neg(p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q$
Idempotence	$p \vee p \equiv p \wedge p \equiv p$
Commutativité	$p \wedge q \equiv q \wedge p, \quad p \vee q \equiv q \vee p$
Associativité	$p \wedge (q \wedge r) \equiv (p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge q \wedge r$
	$p \vee (q \vee r) \equiv (p \vee q) \vee r \equiv p \vee q \vee r$
Contradiction	$p \wedge \neg p \equiv \bot$
Tiers exclus	$p \vee \neg p \equiv \top$
Lois de domination	$p \vee \top \equiv \top, \quad p \wedge \bot \equiv \bot$
Lois d'identité	$p \vee \bot \equiv p, \quad p \wedge \top \equiv p$
Distributivité	$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$
	$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
Absorption	$p \vee (p \wedge q) \equiv p, \quad p \wedge (p \vee q) \equiv p$

Équivalence entre connecteurs	$p \rightarrow q \equiv \neg p \vee q$
	$p \leftrightarrow q \equiv (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p) \equiv (p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$
Double négation	$\neg\neg p \equiv p$
Lois de De Morgan	$\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q, \quad \neg(p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q$
Idempotence	$p \vee p \equiv p \wedge p \equiv p$
Commutativité	$p \wedge q \equiv q \wedge p, \quad p \vee q \equiv q \vee p$
Associativité	$p \wedge (q \wedge r) \equiv (p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge q \wedge r$
	$p \vee (q \vee r) \equiv (p \vee q) \vee r \equiv p \vee q \vee r$
Contradiction	$p \wedge \neg p \equiv \bot$
Tiers exclus	$p \vee \neg p \equiv \top$
Lois de domination	$p \vee \top \equiv \top, \quad p \wedge \bot \equiv \bot$
Lois d'identité	$p \vee \bot \equiv p, \quad p \wedge \top \equiv p$
Distributivité	$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$
	$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
Absorption	$p \vee (p \wedge q) \equiv p, \quad p \wedge (p \vee q) \equiv p$

Équivalence entre connecteurs	$p \rightarrow q \equiv \neg p \vee q$
	$p \leftrightarrow q \equiv (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p) \equiv (p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$
Double négation	$\neg\neg p \equiv p$
Lois de De Morgan	$\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q, \quad \neg(p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q$
Idempotence	$p \vee p \equiv p \wedge p \equiv p$
Commutativité	$p \wedge q \equiv q \wedge p, \quad p \vee q \equiv q \vee p$
Associativité	$p \wedge (q \wedge r) \equiv (p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge q \wedge r$
	$p \vee (q \vee r) \equiv (p \vee q) \vee r \equiv p \vee q \vee r$
Contradiction	$p \wedge \neg p \equiv \bot$
Tiers exclus	$p \vee \neg p \equiv \top$
Lois de domination	$p \vee \top \equiv \top, \quad p \wedge \bot \equiv \bot$
Lois d'identité	$p \vee \bot \equiv p, \quad p \wedge \top \equiv p$
Distributivité	$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$
	$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
Absorption	$p \vee (p \wedge q) \equiv p, \quad p \wedge (p \vee q) \equiv p$

Équivalence entre connecteurs	$p \to q \equiv \neg p \vee q$
	$p \leftrightarrow q \equiv (p \to q) \wedge (q \to p) \equiv (p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$
Double négation	$\neg\neg p \equiv p$
Lois de De Morgan	$\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q, \quad \neg(p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q$
Idempotence	$p \vee p \equiv p \wedge p \equiv p$
Commutativité	$p \wedge q \equiv q \wedge p, \quad p \vee q \equiv q \vee p$
Associativité	$p \wedge (q \wedge r) \equiv (p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge q \wedge r$
	$p \vee (q \vee r) \equiv (p \vee q) \vee r \equiv p \vee q \vee r$
Contradiction	$p \wedge \neg p \equiv \bot$
Tiers exclus	$p \vee \neg p \equiv \top$
Lois de domination	$p \vee \top \equiv \top, \quad p \wedge \bot \equiv \bot$
Lois d'identité	$p \vee \bot \equiv p, \quad p \wedge \top \equiv p$
Distributivité	$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$
	$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
Absorption	$p \vee (p \wedge q) \equiv p, \quad p \wedge (p \vee q) \equiv p$

Équivalence entre connecteurs	$p \rightarrow q \equiv \neg p \vee q$
	$p \leftrightarrow q \equiv (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p) \equiv (p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$
Double négation	$\neg\neg p \equiv p$
Lois de De Morgan	$\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q, \quad \neg(p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q$
Idempotence	$p \vee p \equiv p \wedge p \equiv p$
Commutativité	$p \wedge q \equiv q \wedge p, \quad p \vee q \equiv q \vee p$
Associativité	$p \wedge (q \wedge r) \equiv (p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge q \wedge r$
	$p \vee (q \vee r) \equiv (p \vee q) \vee r \equiv p \vee q \vee r$
Contradiction	$p \wedge \neg p \equiv \bot$
Tiers exclus	$p \vee \neg p \equiv \top$
Lois de domination	$p \vee \top \equiv \top, \quad p \wedge \bot \equiv \bot$
Lois d'identité	$p \vee \bot \equiv p, \quad p \wedge \top \equiv p$
Distributivité	$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$
	$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
Absorption	$p \vee (p \wedge q) \equiv p, \quad p \wedge (p \vee q) \equiv p$

Équivalence entre connecteurs	$p \rightarrow q \equiv \neg p \vee q$
	$p \leftrightarrow q \equiv (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p) \equiv (p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$
Double négation	$\neg\neg p \equiv p$
Lois de De Morgan	$\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q, \quad \neg(p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q$
Idempotence	$p \vee p \equiv p \wedge p \equiv p$
Commutativité	$p \wedge q \equiv q \wedge p, \quad p \vee q \equiv q \vee p$
Associativité	$p \wedge (q \wedge r) \equiv (p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge q \wedge r$
	$p \vee (q \vee r) \equiv (p \vee q) \vee r \equiv p \vee q \vee r$
Contradiction	$p \wedge \neg p \equiv \bot$
Tiers exclus	$p \vee \neg p \equiv \top$
Lois de domination	$p \vee \top \equiv \top, \quad p \wedge \bot \equiv \bot$
Lois d'identité	$p \vee \bot \equiv p, \quad p \wedge \top \equiv p$
Distributivité	$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$
	$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
Absorption	$p \vee (p \wedge q) \equiv p, \quad p \wedge (p \vee q) \equiv p$

Équivalence entre connecteurs	$p \rightarrow q \equiv \neg p \vee q$
	$p \leftrightarrow q \equiv (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p) \equiv (p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$
Double négation	$\neg\neg p \equiv p$
Lois de De Morgan	$\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q, \quad \neg(p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q$
Idempotence	$p \vee p \equiv p \wedge p \equiv p$
Commutativité	$p \wedge q \equiv q \wedge p, \quad p \vee q \equiv q \vee p$
Associativité	$p \wedge (q \wedge r) \equiv (p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge q \wedge r$
	$p \vee (q \vee r) \equiv (p \vee q) \vee r \equiv p \vee q \vee r$
Contradiction	$p \wedge \neg p \equiv \bot$
Tiers exclus	$p \vee \neg p \equiv \top$
Lois de domination	$p \vee \top \equiv \top, \quad p \wedge \bot \equiv \bot$
Lois d'identité	$p \vee \bot \equiv p, \quad p \wedge \top \equiv p$
Distributivité	$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$
	$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
Absorption	$p \vee (p \wedge q) \equiv p, \quad p \wedge (p \vee q) \equiv p$

Équivalence entre connecteurs	$p \rightarrow q \equiv \neg p \vee q$
	$p \leftrightarrow q \equiv (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p) \equiv (p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$
Double négation	$\neg\neg p \equiv p$
Lois de De Morgan	$\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q, \quad \neg(p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q$
Idempotence	$p \vee p \equiv p \wedge p \equiv p$
Commutativité	$p \wedge q \equiv q \wedge p, \quad p \vee q \equiv q \vee p$
Associativité	$p \wedge (q \wedge r) \equiv (p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge q \wedge r$
	$p \vee (q \vee r) \equiv (p \vee q) \vee r \equiv p \vee q \vee r$
Contradiction	$p \wedge \neg p \equiv \bot$
Tiers exclus	$p \vee \neg p \equiv \top$
Lois de domination	$p \vee \top \equiv \top, \quad p \wedge \bot \equiv \bot$
Lois d'identité	$p \vee \bot \equiv p, \quad p \wedge \top \equiv p$
Distributivité	$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$
	$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
Absorption	$p \vee (p \wedge q) \equiv p, \quad p \wedge (p \vee q) \equiv p$

Équivalence entre connecteurs	$p \rightarrow q \equiv \neg p \vee q$
	$p \leftrightarrow q \equiv (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p) \equiv (p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$
Double négation	$\neg\neg p \equiv p$
Lois de De Morgan	$\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q, \quad \neg(p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q$
Idempotence	$p \vee p \equiv p \wedge p \equiv p$
Commutativité	$p \wedge q \equiv q \wedge p, \quad p \vee q \equiv q \vee p$
Associativité	$p \wedge (q \wedge r) \equiv (p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge q \wedge r$
	$p \vee (q \vee r) \equiv (p \vee q) \vee r \equiv p \vee q \vee r$
Contradiction	$p \wedge \neg p \equiv \bot$
Tiers exclus	$p \vee \neg p \equiv \top$
Lois de domination	$p \vee \top \equiv \top, \quad p \wedge \bot \equiv \bot$
Lois d'identité	$p \vee \bot \equiv p, \quad p \wedge \top \equiv p$
Distributivité	$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$
	$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
Absorption	$p \vee (p \wedge q) \equiv p, \quad p \wedge (p \vee q) \equiv p$

Équivalence entre connecteurs	$p \rightarrow q \equiv \neg p \vee q$
	$p \leftrightarrow q \equiv (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p) \equiv (p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$
Double négation	$\neg\neg p \equiv p$
Lois de De Morgan	$\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q, \quad \neg(p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q$
Idempotence	$p \vee p \equiv p \wedge p \equiv p$
Commutativité	$p \wedge q \equiv q \wedge p, \quad p \vee q \equiv q \vee p$
Associativité	$p \wedge (q \wedge r) \equiv (p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge q \wedge r$
	$p \vee (q \vee r) \equiv (p \vee q) \vee r \equiv p \vee q \vee r$
Contradiction	$p \wedge \neg p \equiv \perp$
Tiers exclus	$p \vee \neg p \equiv \top$
Lois de domination	$p \vee \top \equiv \top, \quad p \wedge \perp \equiv \perp$
Lois d'identité	$p \vee \perp \equiv p, \quad p \wedge \top \equiv p$
Distributivité	$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$
	$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
Absorption	$p \vee (p \wedge q) \equiv p, \quad p \wedge (p \vee q) \equiv p$

Équivalence entre connecteurs	$p \rightarrow q \equiv \neg p \vee q$
	$p \leftrightarrow q \equiv (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p) \equiv (p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$
Double négation	$\neg\neg p \equiv p$
Lois de De Morgan	$\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q, \quad \neg(p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q$
Idempotence	$p \vee p \equiv p \wedge p \equiv p$
Commutativité	$p \wedge q \equiv q \wedge p, \quad p \vee q \equiv q \vee p$
Associativité	$p \wedge (q \wedge r) \equiv (p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge q \wedge r$
	$p \vee (q \vee r) \equiv (p \vee q) \vee r \equiv p \vee q \vee r$
Contradiction	$p \wedge \neg p \equiv \bot$
Tiers exclus	$p \vee \neg p \equiv \top$
Lois de domination	$p \vee \top \equiv \top, \quad p \wedge \bot \equiv \bot$
Lois d'identité	$p \vee \bot \equiv p, \quad p \wedge \top \equiv p$
Distributivité	$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$
	$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
Absorption	$p \vee (p \wedge q) \equiv p, \quad p \wedge (p \vee q) \equiv p$

Équivalence entre connecteurs	$p \rightarrow q \equiv \neg p \vee q$
	$p \leftrightarrow q \equiv (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p) \equiv (p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$
Double négation	$\neg\neg p \equiv p$
Lois de De Morgan	$\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q, \quad \neg(p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q$
Idempotence	$p \vee p \equiv p \wedge p \equiv p$
Commutativité	$p \wedge q \equiv q \wedge p, \quad p \vee q \equiv q \vee p$
Associativité	$p \wedge (q \wedge r) \equiv (p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge q \wedge r$
	$p \vee (q \vee r) \equiv (p \vee q) \vee r \equiv p \vee q \vee r$
Contradiction	$p \wedge \neg p \equiv \bot$
Tiers exclus	$p \vee \neg p \equiv \top$
Lois de domination	$p \vee \top \equiv \top, \quad p \wedge \bot \equiv \bot$
Lois d'identité	$p \vee \bot \equiv p, \quad p \wedge \top \equiv p$
Distributivité	$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$
	$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
Absorption	$p \vee (p \wedge q) \equiv p, \quad p \wedge (p \vee q) \equiv p$

Équivalence entre connecteurs	$p \rightarrow q \equiv \neg p \vee q$
	$p \leftrightarrow q \equiv (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p) \equiv (p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$
Double négation	$\neg\neg p \equiv p$
Lois de De Morgan	$\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q, \quad \neg(p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q$
Idempotence	$p \vee p \equiv p \wedge p \equiv p$
Commutativité	$p \wedge q \equiv q \wedge p, \quad p \vee q \equiv q \vee p$
Associativité	$p \wedge (q \wedge r) \equiv (p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge q \wedge r$
	$p \vee (q \vee r) \equiv (p \vee q) \vee r \equiv p \vee q \vee r$
Contradiction	$p \wedge \neg p \equiv \bot$
Tiers exclus	$p \vee \neg p \equiv \top$
Lois de domination	$p \vee \top \equiv \top, \quad p \wedge \bot \equiv \bot$
Lois d'identité	$p \vee \bot \equiv p, \quad p \wedge \top \equiv p$
Distributivité	$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$
	$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
Absorption	$p \vee (p \wedge q) \equiv p, \quad p \wedge (p \vee q) \equiv p$

Équivalence entre connecteurs	$p \rightarrow q \equiv \neg p \vee q$
	$p \leftrightarrow q \equiv (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p) \equiv (p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$
Double négation	$\neg\neg p \equiv p$
Lois de De Morgan	$\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q, \quad \neg(p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q$
Idempotence	$p \vee p \equiv p \wedge p \equiv p$
Commutativité	$p \wedge q \equiv q \wedge p, \quad p \vee q \equiv q \vee p$
Associativité	$p \wedge (q \wedge r) \equiv (p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge q \wedge r$
	$p \vee (q \vee r) \equiv (p \vee q) \vee r \equiv p \vee q \vee r$
Contradiction	$p \wedge \neg p \equiv \bot$
Tiers exclus	$p \vee \neg p \equiv \top$
Lois de domination	$p \vee \top \equiv \top, \quad p \wedge \bot \equiv \bot$
Lois d'identité	$p \vee \bot \equiv p, \quad p \wedge \top \equiv p$
Distributivité	$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$
	$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
Absorption	$p \vee (p \wedge q) \equiv p, \quad p \wedge (p \vee q) \equiv p$

Équivalence entre connecteurs	$p \rightarrow q \equiv \neg p \vee q$
	$p \leftrightarrow q \equiv (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p) \equiv (p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$
Double négation	$\neg\neg p \equiv p$
Lois de De Morgan	$\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q, \quad \neg(p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q$
Idempotence	$p \vee p \equiv p \wedge p \equiv p$
Commutativité	$p \wedge q \equiv q \wedge p, \quad p \vee q \equiv q \vee p$
Associativité	$p \wedge (q \wedge r) \equiv (p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge q \wedge r$
	$p \vee (q \vee r) \equiv (p \vee q) \vee r \equiv p \vee q \vee r$
Contradiction	$p \wedge \neg p \equiv \bot$
Tiers exclus	$p \vee \neg p \equiv \top$
Lois de domination	$p \vee \top \equiv \top, \quad p \wedge \bot \equiv \bot$
Lois d'identité	$p \vee \bot \equiv p, \quad p \wedge \top \equiv p$
Distributivité	$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$
	$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
Absorption	$p \vee (p \wedge q) \equiv p, \quad p \wedge (p \vee q) \equiv p$

Équivalence entre connecteurs	$p \to q \equiv \neg p \vee q$
	$p \leftrightarrow q \equiv (p \to q) \wedge (q \to p) \equiv (p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$
Double négation	$\neg\neg p \equiv p$
Lois de De Morgan	$\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q, \quad \neg(p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q$
Idempotence	$p \vee p \equiv p \wedge p \equiv p$
Commutativité	$p \wedge q \equiv q \wedge p, \quad p \vee q \equiv q \vee p$
Associativité	$p \wedge (q \wedge r) \equiv (p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge q \wedge r$
	$p \vee (q \vee r) \equiv (p \vee q) \vee r \equiv p \vee q \vee r$
Contradiction	$p \wedge \neg p \equiv \bot$
Tiers exclus	$p \vee \neg p \equiv \top$
Lois de domination	$p \vee \top \equiv \top, \quad p \wedge \bot \equiv \bot$
Lois d'identité	$p \vee \bot \equiv p, \quad p \wedge \top \equiv p$
Distributivité	$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$
	$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
Absorption	$p \vee (p \wedge q) \equiv p, \quad p \wedge (p \vee q) \equiv p$

Équivalence entre connecteurs	$p \rightarrow q \equiv \neg p \vee q$
	$p \leftrightarrow q \equiv (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p) \equiv (p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$
Double négation	$\neg\neg p \equiv p$
Lois de De Morgan	$\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q, \quad \neg(p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q$
Idempotence	$p \vee p \equiv p \wedge p \equiv p$
Commutativité	$p \wedge q \equiv q \wedge p, \quad p \vee q \equiv q \vee p$
Associativité	$p \wedge (q \wedge r) \equiv (p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge q \wedge r$
	$p \vee (q \vee r) \equiv (p \vee q) \vee r \equiv p \vee q \vee r$
Contradiction	$p \wedge \neg p \equiv \bot$
Tiers exclus	$p \vee \neg p \equiv \top$
Lois de domination	$p \vee \top \equiv \top, \quad p \wedge \bot \equiv \bot$
Lois d'identité	$p \vee \bot \equiv p, \quad p \wedge \top \equiv p$
Distributivité	$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$
	$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
Absorption	$p \vee (p \wedge q) \equiv p, \quad p \wedge (p \vee q) \equiv p$

Équivalence entre connecteurs	$p \to q \equiv \neg p \vee q$
	$p \leftrightarrow q \equiv (p \to q) \wedge (q \to p) \equiv (p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$
Double négation	$\neg\neg p \equiv p$
Lois de De Morgan	$\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q, \quad \neg(p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q$
Idempotence	$p \vee p \equiv p \wedge p \equiv p$
Commutativité	$p \wedge q \equiv q \wedge p, \quad p \vee q \equiv q \vee p$
Associativité	$p \wedge (q \wedge r) \equiv (p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge q \wedge r$
	$p \vee (q \vee r) \equiv (p \vee q) \vee r \equiv p \vee q \vee r$
Contradiction	$p \wedge \neg p \equiv \bot$
Tiers exclus	$p \vee \neg p \equiv \top$
Lois de domination	$p \vee \top \equiv \top, \quad p \wedge \bot \equiv \bot$
Lois d'identité	$p \vee \bot \equiv p, \quad p \wedge \top \equiv p$
Distributivité	$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$
	$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
Absorption	$p \vee (p \wedge q) \equiv p, \quad p \wedge (p \vee q) \equiv p$

Équivalence entre connecteurs	$p \to q \equiv \neg p \vee q$
	$p \leftrightarrow q \equiv (p \to q) \wedge (q \to p) \equiv (p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$
Double négation	$\neg\neg p \equiv p$
Lois de De Morgan	$\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q, \quad \neg(p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q$
Idempotence	$p \vee p \equiv p \wedge p \equiv p$
Commutativité	$p \wedge q \equiv q \wedge p, \quad p \vee q \equiv q \vee p$
Associativité	$p \wedge (q \wedge r) \equiv (p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge q \wedge r$
	$p \vee (q \vee r) \equiv (p \vee q) \vee r \equiv p \vee q \vee r$
Contradiction	$p \wedge \neg p \equiv \bot$
Tiers exclus	$p \vee \neg p \equiv \top$
Lois de domination	$p \vee \top \equiv \top, \quad p \wedge \bot \equiv \bot$
Lois d'identité	$p \vee \bot \equiv p, \quad p \wedge \top \equiv p$
Distributivité	$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$
	$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
Absorption	$p \vee (p \wedge q) \equiv p, \quad p \wedge (p \vee q) \equiv p$

Équivalence entre connecteurs	$p \rightarrow q \equiv \neg p \vee q$
	$p \leftrightarrow q \equiv (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p) \equiv (p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$
Double négation	$\neg\neg p \equiv p$
Lois de De Morgan	$\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q, \quad \neg(p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q$
Idempotence	$p \vee p \equiv p \wedge p \equiv p$
Commutativité	$p \wedge q \equiv q \wedge p, \quad p \vee q \equiv q \vee p$
Associativité	$p \wedge (q \wedge r) \equiv (p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge q \wedge r$
	$p \vee (q \vee r) \equiv (p \vee q) \vee r \equiv p \vee q \vee r$
Contradiction	$p \wedge \neg p \equiv \bot$
Tiers exclus	$p \vee \neg p \equiv \top$
Lois de domination	$p \vee \top \equiv \top, \quad p \wedge \bot \equiv \bot$
Lois d'identité	$p \vee \bot \equiv p, \quad p \wedge \top \equiv p$
Distributivité	$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$
	$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
Absorption	$p \vee (p \wedge q) \equiv p, \quad p \wedge (p \vee q) \equiv p$

Équivalence entre connecteurs	$p \to q \equiv \neg p \vee q$
	$p \leftrightarrow q \equiv (p \to q) \wedge (q \to p) \equiv (p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$
Double négation	$\neg\neg p \equiv p$
Lois de De Morgan	$\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q, \quad \neg(p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q$
Idempotence	$p \vee p \equiv p \wedge p \equiv p$
Commutativité	$p \wedge q \equiv q \wedge p, \quad p \vee q \equiv q \vee p$
Associativité	$p \wedge (q \wedge r) \equiv (p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge q \wedge r$
	$p \vee (q \vee r) \equiv (p \vee q) \vee r \equiv p \vee q \vee r$
Contradiction	$p \wedge \neg p \equiv \bot$
Tiers exclus	$p \vee \neg p \equiv \top$
Lois de domination	$p \vee \top \equiv \top, \quad p \wedge \bot \equiv \bot$
Lois d'identité	$p \vee \bot \equiv p, \quad p \wedge \top \equiv p$
Distributivité	$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$
	$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
Absorption	$p \vee (p \wedge q) \equiv p, \quad p \wedge (p \vee q) \equiv p$

Équivalence entre connecteurs	$p \to q \equiv \neg p \vee q$
	$p \leftrightarrow q \equiv (p \to q) \wedge (q \to p) \equiv (p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$
Double négation	$\neg\neg p \equiv p$
Lois de De Morgan	$\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q, \quad \neg(p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q$
Idempotence	$p \vee p \equiv p \wedge p \equiv p$
Commutativité	$p \wedge q \equiv q \wedge p, \quad p \vee q \equiv q \vee p$
Associativité	$p \wedge (q \wedge r) \equiv (p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge q \wedge r$
	$p \vee (q \vee r) \equiv (p \vee q) \vee r \equiv p \vee q \vee r$
Contradiction	$p \wedge \neg p \equiv \bot$
Tiers exclus	$p \vee \neg p \equiv \top$
Lois de domination	$p \vee \top \equiv \top, \quad p \wedge \bot \equiv \bot$
Lois d'identité	$p \vee \bot \equiv p, \quad p \wedge \top \equiv p$
Distributivité	$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$
	$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
Absorption	$p \vee (p \wedge q) \equiv p, \quad p \wedge (p \vee q) \equiv p$

Équivalence entre connecteurs	$p \to q \equiv \neg p \vee q$
	$p \leftrightarrow q \equiv (p \to q) \wedge (q \to p) \equiv (p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$
Double négation	$\neg\neg p \equiv p$
Lois de De Morgan	$\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q, \quad \neg(p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q$
Idempotence	$p \vee p \equiv p \wedge p \equiv p$
Commutativité	$p \wedge q \equiv q \wedge p, \quad p \vee q \equiv q \vee p$
Associativité	$p \wedge (q \wedge r) \equiv (p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge q \wedge r$
	$p \vee (q \vee r) \equiv (p \vee q) \vee r \equiv p \vee q \vee r$
Contradiction	$p \wedge \neg p \equiv \bot$
Tiers exclus	$p \vee \neg p \equiv \top$
Lois de domination	$p \vee \top \equiv \top, \quad p \wedge \bot \equiv \bot$
Lois d'identité	$p \vee \bot \equiv p, \quad p \wedge \top \equiv p$
Distributivité	$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$
	$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
Absorption	$p \vee (p \wedge q) \equiv p, \quad p \wedge (p \vee q) \equiv p$

Principe de déduction par réfutation

Théorème 10

Pour montrer que $P_1, P_2, ..., P_n \models C$ il faut et il suffit que la formule de réfutation $P_1 \wedge P_2 \wedge \cdots \wedge P_n \wedge (\neg C)$ soit insatisfiable.

Quelles équivalences de la diapositive précédentes permettent de prouver ce théorème ?

Principe de déduction par réfutation

Théorème 10

Pour montrer que $P_1, P_2, \ldots, P_n \models C$ il faut et il suffit que la formule de réfutation $P_1 \wedge P_2 \wedge \cdots \wedge P_n \wedge (\neg C)$ soit insatisfiable.

Quelles équivalences de la diapositive précédentes permettent de prouver ce théorème ?

Principe de déduction par réfutation

Théorème 10

Pour montrer que $P_1, P_2, ..., P_n \models C$ *il faut et il suffit que la formule de réfutation* $P_1 \wedge P_2 \wedge \cdots \wedge P_n \wedge (\neg C)$ *soit insatisfiable.*

Quelles équivalences de la diapositive précédentes permettent de prouver ce théorème ?

Système complet de connecteurs

Définition 11

On appelle *système complet de connecteurs* tout ensemble $\mathcal{C}$ de connecteurs tel que toute formule est équivalente logiquement à une formule écrite avec les seuls connecteurs de $\mathcal{C}$.
Ce système est *minimal* si aucun sous-ensemble strict de $\mathcal{C}$ n'est un système complet de connecteurs.

Quel SCC non minimal connaissez-vous ?
Pouvez-vous vous débarrasser d'un connecteur ? De deux ? De trois ?...

Système complet de connecteurs

Définition 11

On appelle *système complet de connecteurs* tout ensemble $\mathcal{C}$ de connecteurs tel que toute formule est équivalente logiquement à une formule écrite avec les seuls connecteurs de $\mathcal{C}$.
Ce système est *minimal* si aucun sous-ensemble strict de $\mathcal{C}$ n'est un système complet de connecteurs.

Quel SCC non minimal connaissez-vous ?
Pouvez-vous vous débarrasser d'un connecteur ? De deux ? De trois ?...

Système complet de connecteurs

Définition 11

On appelle *système complet de connecteurs* tout ensemble $\mathcal{C}$ de connecteurs tel que toute formule est équivalente logiquement à une formule écrite avec les seuls connecteurs de $\mathcal{C}$.
Ce système est *minimal* si aucun sous-ensemble strict de $\mathcal{C}$ n'est un système complet de connecteurs.

Quel SCC non minimal connaissez-vous ?
Pouvez-vous vous débarrasser d'un connecteur ? De deux ? De trois ?...

Système complet de connecteurs

Définition 11

On appelle *système complet de connecteurs* tout ensemble $\mathcal{C}$ de connecteurs tel que toute formule est équivalente logiquement à une formule écrite avec les seuls connecteurs de $\mathcal{C}$.
Ce système est *minimal* si aucun sous-ensemble strict de $\mathcal{C}$ n'est un système complet de connecteurs.

Quel SCC non minimal connaissez-vous ?
Pouvez-vous vous débarrasser d'un connecteur ? De deux ? De trois ?...

Système complet de connecteurs

Définition 11

On appelle *système complet de connecteurs* tout ensemble $\mathcal{C}$ de connecteurs tel que toute formule est équivalente logiquement à une formule écrite avec les seuls connecteurs de $\mathcal{C}$.
Ce système est *minimal* si aucun sous-ensemble strict de $\mathcal{C}$ n'est un système complet de connecteurs.

Quel SCC non minimal connaissez-vous ?
Pouvez-vous vous débarrasser d'un connecteur ? De deux ? De trois ?...

Système complet de connecteurs

Définition 11

On appelle *système complet de connecteurs* tout ensemble $\mathcal{C}$ de connecteurs tel que toute formule est équivalente logiquement à une formule écrite avec les seuls connecteurs de $\mathcal{C}$.
Ce système est *minimal* si aucun sous-ensemble strict de $\mathcal{C}$ n'est un système complet de connecteurs.

Quel SCC non minimal connaissez-vous ?
Pouvez-vous vous débarrasser d'un connecteur ? De deux ? De trois ?...

Formes normales

Définition 12

On appelle *littéral* toute formule atomique ou sa négation.

Définition 13

Une formule est dite sous *forme normale conjonctive (fnc)* si, et seulement si, elle est composée d'une conjonction de disjonctions de littéraux.
Une formule est dite sous *forme normale disjonctive (fnd)* si, et seulement si, elle est composée d'une disjonction de conjonctions de littéraux.

Formes normales

Définition 12

On appelle *littéral* toute formule atomique ou sa négation.

Définition 13

Une formule est dite sous *forme normale conjonctive (fnc)* si, et seulement si, elle est composée d'une conjonction de disjonctions de littéraux.
Une formule est dite sous *forme normale disjonctive (fnd)* si, et seulement si, elle est composée d'une disjonction de conjonctions de littéraux.

Formes normales

Définition 12

On appelle *littéral* toute formule atomique ou sa négation.

Définition 13

Une formule est dite sous *forme normale conjonctive (fnc)* si, et seulement si, elle est composée d'une conjonction de disjonctions de littéraux.
Une formule est dite sous *forme normale disjonctive (fnd)* si, et seulement si, elle est composée d'une disjonction de conjonctions de littéraux.

Formes normales

Théorème 14

Toute formule de la LP admet une fnc minimale et une fnd minimale uniques, à l'ordre près des littéraux, qui lui sont logiquement équivalentes.

Formes normales

Exercice 4

1. *Écrire* $x \wedge \neg(\neg y \wedge z)$ *sous forme normale disjonctive.*
2. *Écrire* $\neg(\neg(x \wedge y) \wedge z) \wedge \neg((\neg x \vee z) \wedge (\neg y \vee \neg z))$

Formes normales

Exercice 4

1. *Écrire* $x \wedge \neg(\neg y \wedge z)$ *sous forme normale disjonctive.*
2. *Écrire* $\neg(\neg(x \wedge y) \wedge z) \wedge \neg((\neg x \vee z) \wedge (\neg y \vee \neg z))$

Formes normales

Exercice 4

1. *Écrire* $x \wedge \neg(\neg y \wedge z)$ *sous forme normale disjonctive.*
2. *Écrire* $\neg(\neg(x \wedge y) \wedge z) \wedge \neg((\neg x \vee z) \wedge (\neg y \vee \neg z))$

Formes normales

Exercice 4

1. *Écrire* $x \wedge \neg(\neg y \wedge z)$ *sous forme normale disjonctive.*
2. *Écrire* $\neg(\neg(x \wedge y) \wedge z) \wedge \neg((\neg x \vee z) \wedge (\neg y \vee \neg z))$

1. on passe au SCC $\{\neg, \wedge, \vee\}$ en utilisant les équivalences entre connecteurs ;
2. on réduit les négations pour n'avoir plus que des littéraux à l'aide des lois de De Morgan et de la double négation ;
3. distributivité, absorption et commutativité permettent enfin de conclure selon la forme voulue.

Formes normales

Exercice 4

1. *Écrire $x \wedge \neg(\neg y \wedge z)$ sous forme normale disjonctive.*
2. *Écrire $\neg(\neg(x \wedge y) \wedge z) \wedge \neg((\neg x \vee z) \wedge (\neg y \vee \neg z))$*

1. on passe au SCC $\{\neg, \wedge, \vee\}$ en utilisant les équivalences entre connecteurs ;
2. on réduit les négations pour n'avoir plus que des littéraux à l'aide des lois de De Morgan et de la double négation ;
3. distributivité, absorption et commutativité permettent enfin de conclure selon la forme voulue :

Formes normales

Exercice 4

1. *Écrire* $x \wedge \neg(\neg y \wedge z)$ *sous forme normale disjonctive.*
2. *Écrire* $\neg(\neg(x \wedge y) \wedge z) \wedge \neg((\neg x \vee z) \wedge (\neg y \vee \neg z))$

1. on passe au SCC $\{\neg, \wedge, \vee\}$ en utilisant les équivalences entre connecteurs ;
2. on réduit les négations pour n'avoir plus que des littéraux à l'aide des lois de De Morgan et de la double négation ;
3. distributivité, absorption et commutativité permettent enfin de conclure selon la forme voulue :
   - $p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$ pour la fnc ;
   - $p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$ pour la fnd.

Formes normales

Exercice 4

1. *Écrire* $x \wedge \neg(\neg y \wedge z)$ *sous forme normale disjonctive.*
2. *Écrire* $\neg(\neg(x \wedge y) \wedge z) \wedge \neg((\neg x \vee z) \wedge (\neg y \vee \neg z))$

1. on passe au SCC $\{\neg, \wedge, \vee\}$ en utilisant les équivalences entre connecteurs ;
2. on réduit les négations pour n'avoir plus que des littéraux à l'aide des lois de De Morgan et de la double négation ;
3. distributivité, absorption et commutativité permettent enfin de conclure selon la forme voulue :
   - $p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$ pour la fnc ;
   - $p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$ pour la fnd.

Formes normales

Exercice 4

1. *Écrire* $x \wedge \neg(\neg y \wedge z)$ *sous forme normale disjonctive.*
2. *Écrire* $\neg(\neg(x \wedge y) \wedge z) \wedge \neg((\neg x \vee z) \wedge (\neg y \vee \neg z))$

1. on passe au SCC $\{\neg, \wedge, \vee\}$ en utilisant les équivalences entre connecteurs ;
2. on réduit les négations pour n'avoir plus que des littéraux à l'aide des lois de De Morgan et de la double négation ;
3. distributivité, absorption et commutativité permettent enfin de conclure selon la forme voulue :
   - $p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$ pour la fnc ;
   - $p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$ pour la fnd.

Formes normales

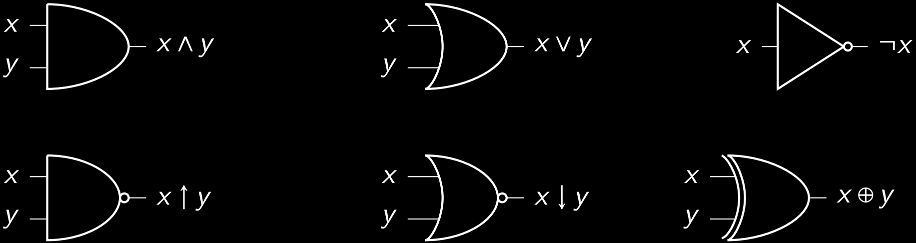
Exercice 4

1. *Écrire $x \wedge \neg(\neg y \wedge z)$ sous forme normale disjonctive.*
2. *Écrire $\neg(\neg(x \wedge y) \wedge z) \wedge \neg((\neg x \vee z) \wedge (\neg y \vee \neg z))$*

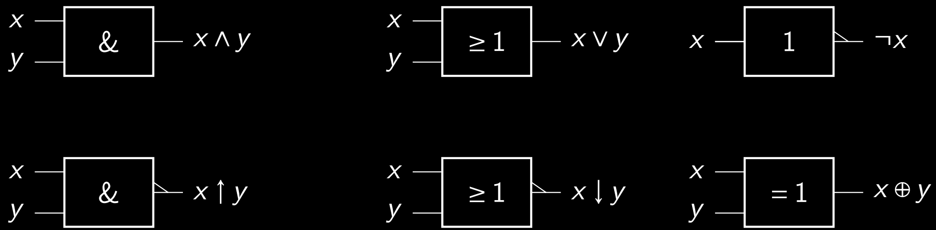
1. on passe au SCC $\{\neg, \wedge, \vee\}$ en utilisant les équivalences entre connecteurs ;
2. on réduit les négations pour n'avoir plus que des littéraux à l'aide des lois de De Morgan et de la double négation ;
3. distributivité, absorption et commutativité permettent enfin de conclure selon la forme voulue :
   - $p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$ pour la fnc ;
   - $p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$ pour la fnd.

Sommaire

Mode étasunienne



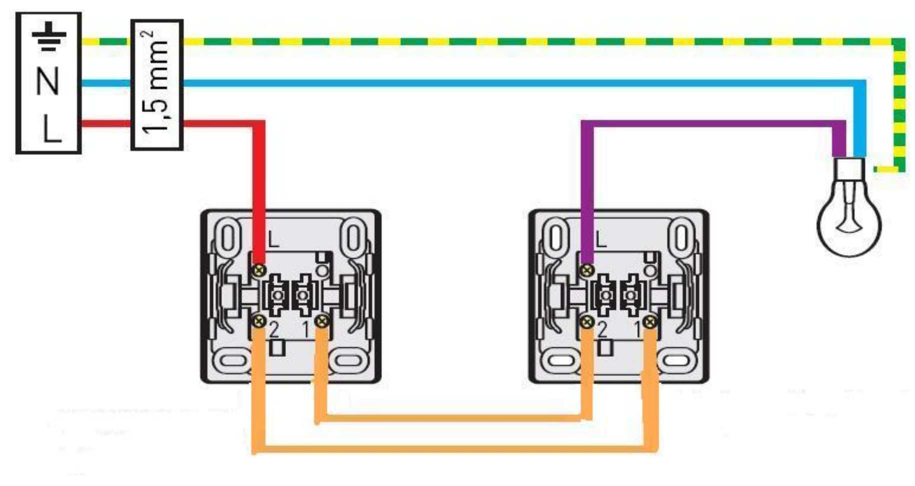
Mode européenne



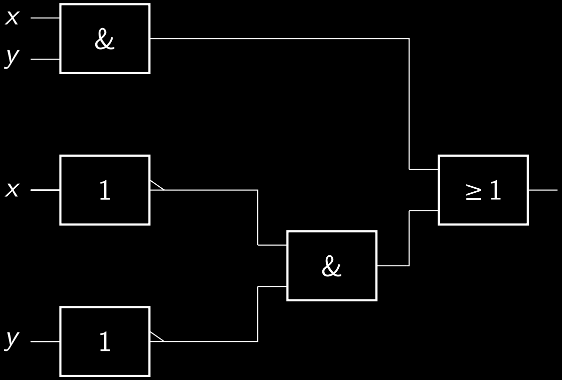
Circuit logique

Exercice 5

Vous disposez de deux interrupteurs commandant une même ampoule : comment modéliser le système de va-et-vient ?


N
L
1,5 mm²
L
2
1
L
2
1

Circuit logique



Sommaire

Axiome proposition primitive

Théorème

Axiome proposition primitive

Théorème $\vdash T$

Axiome proposition primitive

Axiome proposition primitive

Théorème $\vdash T$

Règle d'inférence

Axiome proposition primitive

Théorème $\vdash T$

Règle d'inférence prémisses

Axiome proposition primitive

Théorème $\vdash T$

Règle d'inférence prémisses

Axiome proposition primitive

Théorème $\vdash T$

Règle d'inférence prémisses $P_1, P_2, ..., P_n \vdash T$.

Axiome proposition primitive

Théorème $\vdash T$

Règle d'inférence prémisses $P_1, P_2, ..., P_n \vdash T$.

Axiome proposition primitive

Théorème $\vdash T$

Règle d'inférence prémisses $P_1, P_2, ..., P_n \vdash T$.

Axiome proposition primitive

Théorème $\vdash T$

Règle d'inférence prémisses $P_1, P_2, ..., P_n \vdash T$.

$$
\begin{array}{ll}
(P_1) & I \to B \\
(P_2) & I \\
\hline
(T) & B
\end{array}
$$

modus ponens

$$\begin{array}{ll} (P_1) & I \rightarrow B \\ (P_2) & I \\ \hline (T) & B \end{array}$$

modus ponens

$$
\begin{array}{ll}
(P_1) & I \rightarrow B \\
(P_2) & I \\
\hline
(T) & B
\end{array}
$$

modus ponens

$$
\begin{array}{ll}
(P_1) & I \rightarrow B \\
(P_2) & I \\
\hline
(T) & B
\end{array}
$$

modus ponens

$$
\begin{array}{ll}
(P_1) & I \rightarrow B \\
(P_2) & I \\
\hline
(T) & B
\end{array}
$$

modus ponens

$$\begin{array}{ll} (P_1) & I \rightarrow B \\ (P_2) & I \\ \hline (T) & B \end{array}$$

modus ponens

$$
\begin{array}{ll}
(P_1) & I \rightarrow B \\
(P_2) & I \\
\hline
(T) & B
\end{array}
$$

modus ponens

$$\begin{array}{ll} (P_1) & I \rightarrow B \\ (P_2) & I \\ \hline (T) & B \end{array}$$

modus ponens

$$\begin{array}{ll} (P_1) & I \rightarrow B \\ (P_2) & I \\ \hline (T) & B \end{array}$$

modus ponens

$$\begin{array}{ll} (P_1) & I \rightarrow B \\ (P_2) & I \\ \hline (T) & B \end{array}$$

modus ponens

$$(P_1) \quad I \to B$$
$$(P_2) \quad \neg B$$

$$(T) \quad \neg I$$

modus tollens

$$\begin{array}{ll} (P_1) & I \rightarrow B \\ (P_2) & \neg B \\ \hline (T) & \neg I \end{array}$$

modus tollens

$$
\begin{array}{ll}
(P_1) & I \rightarrow B \\
(P_2) & \neg B \\
\hline
(T) & \neg I
\end{array}
$$

modus tollens

$$\begin{array}{ll} (P_1) & I \rightarrow B \\ (P_2) & \neg B \\ \hline (T) & \neg I \end{array}$$

modus tollens

$$
\begin{array}{ll}
(P_1) & I \rightarrow B \\
(P_2) & \neg B \\
\hline
(T) & \neg I
\end{array}
$$

modus tollens

$$\begin{array}{ll} (P_1) & I \rightarrow B \\ (P_2) & \neg B \\ \hline (T) & \neg I \end{array}$$

modus tollens

$$
\begin{array}{ll}
(P_1) & I \rightarrow B \\
(P_2) & \neg B \\
\hline
(T) & \neg I
\end{array}
$$

modus tollens

$$\begin{array}{ll} (P_1) & I \rightarrow B \\ (P_2) & \neg B \\ \hline (T) & \neg I \end{array}$$

modus tollens

$$\begin{array}{ll} (P_1) & I \rightarrow B \\ (P_2) & \neg B \\ \hline (T) & \neg I \end{array}$$

modus tollens

$$\begin{array}{ll} (P_1) & I \rightarrow B \\ (P_2) & \neg B \\ \hline (T) & \neg I \end{array}$$

modus tollens

Attention !

Notez bien la différence entre $C \rightarrow N,\ N \models B$ et $C \rightarrow N,\ N \vdash B$!

approche sémantique / approche syntaxique

Attention !

Notez bien la différence entre $C \rightarrow N,\ N \models B$ et $C \rightarrow N,\ N \vdash B$!

approche sémantique / approche syntaxique

Attention !

Notez bien la différence entre $C \to N,\ N \models B$ et $C \to N,\ N \vdash B$!
approche sémantique / approche syntaxique

Règles d'inférence

Règle de combinaison	$A, B \vdash A \wedge B$
Règle de simplification	$A \wedge B \vdash B$
Règle d'addition	$A \vdash A \vee B$
Modus ponens	$A, A \rightarrow B \vdash B$
Modus tollens	$\neg B, A \rightarrow B \vdash \neg A$
Syllogisme hypothétique	$A \rightarrow B, B \rightarrow C \vdash A \rightarrow C$
Syllogisme disjonctif	$A \vee B, \neg B \vdash A$
Règle des cas	$A \rightarrow B, \neg A \rightarrow B \vdash B$
Élimination de l'équivalence	$A \leftrightarrow B \vdash A \rightarrow B$
Introduction de l'équivalence	$A \rightarrow B, B \rightarrow A \vdash A \leftrightarrow B$
Règle d'inconsistance	$A, \neg A \vdash B$

Règles d'inférence

Règle de combinaison	$A, B \vdash A \wedge B$
Règle de simplification	$A \wedge B \vdash B$
Règle d'addition	$A \vdash A \vee B$
Modus ponens	$A, A \rightarrow B \vdash B$
Modus tollens	$\neg B, A \rightarrow B \vdash \neg A$
Syllogisme hypothétique	$A \rightarrow B, B \rightarrow C \vdash A \rightarrow C$
Syllogisme disjonctif	$A \vee B, \neg B \vdash A$
Règle des cas	$A \rightarrow B, \neg A \rightarrow B \vdash B$
Élimination de l'équivalence	$A \leftrightarrow B \vdash A \rightarrow B$
Introduction de l'équivalence	$A \rightarrow B, B \rightarrow A \vdash A \leftrightarrow B$
Règle d'inconsistance	$A, \neg A \vdash B$

Règles d'inférence

Règle de combinaison	$A, B \vdash A \wedge B$
Règle de simplification	$A \wedge B \vdash B$
Règle d'addition	$A \vdash A \vee B$
Modus ponens	$A, A \rightarrow B \vdash B$
Modus tollens	$\neg B, A \rightarrow B \vdash \neg A$
Syllogisme hypothétique	$A \rightarrow B, B \rightarrow C \vdash A \rightarrow C$
Syllogisme disjonctif	$A \vee B, \neg B \vdash A$
Règle des cas	$A \rightarrow B, \neg A \rightarrow B \vdash B$
Élimination de l'équivalence	$A \leftrightarrow B \vdash A \rightarrow B$
Introduction de l'équivalence	$A \rightarrow B, B \rightarrow A \vdash A \leftrightarrow B$
Règle d'inconsistance	$A, \neg A \vdash B$

Règles d'inférence

Règle de combinaison	$A, B \vdash A \wedge B$
Règle de simplification	$A \wedge B \vdash B$
Règle d'addition	$A \vdash A \vee B$
Modus ponens	$A, A \rightarrow B \vdash B$
Modus tollens	$\neg B, A \rightarrow B \vdash \neg A$
Syllogisme hypothétique	$A \rightarrow B, B \rightarrow C \vdash A \rightarrow C$
Syllogisme disjonctif	$A \vee B, \neg B \vdash A$
Règle des cas	$A \rightarrow B, \neg A \rightarrow B \vdash B$
Élimination de l'équivalence	$A \leftrightarrow B \vdash A \rightarrow B$
Introduction de l'équivalence	$A \rightarrow B, B \rightarrow A \vdash A \leftrightarrow B$
Règle d'inconsistance	$A, \neg A \vdash B$

Règles d'inférence

Règle de combinaison	$A, B \vdash A \wedge B$
Règle de simplification	$A \wedge B \vdash B$
Règle d'addition	$A \vdash A \vee B$
Modus ponens	$A, A \rightarrow B \vdash B$
Modus tollens	$\neg B, A \rightarrow B \vdash \neg A$
Syllogisme hypothétique	$A \rightarrow B, B \rightarrow C \vdash A \rightarrow C$
Syllogisme disjonctif	$A \vee B, \neg B \vdash A$
Règle des cas	$A \rightarrow B, \neg A \rightarrow B \vdash B$
Élimination de l'équivalence	$A \leftrightarrow B \vdash A \rightarrow B$
Introduction de l'équivalence	$A \rightarrow B, B \rightarrow A \vdash A \leftrightarrow B$
Règle d'inconsistance	$A, \neg A \vdash B$

Règles d'inférence

Règle de combinaison	$A, B \vdash A \wedge B$
Règle de simplification	$A \wedge B \vdash B$
Règle d'addition	$A \vdash A \vee B$
Modus ponens	$A, A \rightarrow B \vdash B$
Modus tollens	$\neg B, A \rightarrow B \vdash \neg A$
Syllogisme hypothétique	$A \rightarrow B, B \rightarrow C \vdash A \rightarrow C$
Syllogisme disjonctif	$A \vee B, \neg B \vdash A$
Règle des cas	$A \rightarrow B, \neg A \rightarrow B \vdash B$
Élimination de l'équivalence	$A \leftrightarrow B \vdash A \rightarrow B$
Introduction de l'équivalence	$A \rightarrow B, B \rightarrow A \vdash A \leftrightarrow B$
Règle d'inconsistance	$A, \neg A \vdash B$

Règles d'inférence

Règle de combinaison	$A, B \vdash A \wedge B$
Règle de simplification	$A \wedge B \vdash B$
Règle d'addition	$A \vdash A \vee B$
Modus ponens	$A, A \rightarrow B \vdash B$
Modus tollens	$\neg B, A \rightarrow B \vdash \neg A$
Syllogisme hypothétique	$A \rightarrow B, B \rightarrow C \vdash A \rightarrow C$
Syllogisme disjonctif	$A \vee B, \neg B \vdash A$
Règle des cas	$A \rightarrow B, \neg A \rightarrow B \vdash B$
Élimination de l'équivalence	$A \leftrightarrow B \vdash A \rightarrow B$
Introduction de l'équivalence	$A \rightarrow B, B \rightarrow A \vdash A \leftrightarrow B$
Règle d'inconsistance	$A, \neg A \vdash B$

Règles d'inférence

Règle de combinaison	$A, B \vdash A \wedge B$
Règle de simplification	$A \wedge B \vdash B$
Règle d'addition	$A \vdash A \vee B$
Modus ponens	$A, A \rightarrow B \vdash B$
Modus tollens	$\neg B, A \rightarrow B \vdash \neg A$
Syllogisme hypothétique	$A \rightarrow B, B \rightarrow C \vdash A \rightarrow C$
Syllogisme disjonctif	$A \vee B, \neg B \vdash A$
Règle des cas	$A \rightarrow B, \neg A \rightarrow B \vdash B$
Élimination de l'équivalence	$A \leftrightarrow B \vdash A \rightarrow B$
Introduction de l'équivalence	$A \rightarrow B, B \rightarrow A \vdash A \leftrightarrow B$
Règle d'inconsistance	$A, \neg A \vdash B$

Règles d'inférence

Règle de combinaison	$A, B \vdash A \wedge B$
Règle de simplification	$A \wedge B \vdash B$
Règle d'addition	$A \vdash A \vee B$
Modus ponens	$A, A \rightarrow B \vdash B$
Modus tollens	$\neg B, A \rightarrow B \vdash \neg A$
Syllogisme hypothétique	$A \rightarrow B, B \rightarrow C \vdash A \rightarrow C$
Syllogisme disjonctif	$A \vee B, \neg B \vdash A$
Règle des cas	$A \rightarrow B, \neg A \rightarrow B \vdash B$
Élimination de l'équivalence	$A \leftrightarrow B \vdash A \rightarrow B$
Introduction de l'équivalence	$A \rightarrow B, B \rightarrow A \vdash A \leftrightarrow B$
Règle d'inconsistance	$A, \neg A \vdash B$

Règles d'inférence

Règle de combinaison	$A, B \vdash A \wedge B$
Règle de simplification	$A \wedge B \vdash B$
Règle d'addition	$A \vdash A \vee B$
Modus ponens	$A, A \rightarrow B \vdash B$
Modus tollens	$\neg B, A \rightarrow B \vdash \neg A$
Syllogisme hypothétique	$A \rightarrow B, B \rightarrow C \vdash A \rightarrow C$
Syllogisme disjonctif	$A \vee B, \neg B \vdash A$
Règle des cas	$A \rightarrow B, \neg A \rightarrow B \vdash B$
Élimination de l'équivalence	$A \leftrightarrow B \vdash A \rightarrow B$
Introduction de l'équivalence	$A \rightarrow B, B \rightarrow A \vdash A \leftrightarrow B$
Règle d'inconsistance	$A, \neg A \vdash B$

Règles d'inférence

Règle de combinaison	$A, B \vdash A \wedge B$
Règle de simplification	$A \wedge B \vdash B$
Règle d'addition	$A \vdash A \vee B$
Modus ponens	$A, A \rightarrow B \vdash B$
Modus tollens	$\neg B, A \rightarrow B \vdash \neg A$
Syllogisme hypothétique	$A \rightarrow B, B \rightarrow C \vdash A \rightarrow C$
Syllogisme disjonctif	$A \vee B, \neg B \vdash A$
Règle des cas	$A \rightarrow B, \neg A \rightarrow B \vdash B$
Élimination de l'équivalence	$A \leftrightarrow B \vdash A \rightarrow B$
Introduction de l'équivalence	$A \rightarrow B, B \rightarrow A \vdash A \leftrightarrow B$
Règle d'inconsistance	$A, \neg A \vdash B$

Règles d'inférence

Règle de combinaison	$A, B \vdash A \wedge B$
Règle de simplification	$A \wedge B \vdash B$
Règle d'addition	$A \vdash A \vee B$
Modus ponens	$A, A \rightarrow B \vdash B$
Modus tollens	$\neg B, A \rightarrow B \vdash \neg A$
Syllogisme hypothétique	$A \rightarrow B, B \rightarrow C \vdash A \rightarrow C$
Syllogisme disjonctif	$A \vee B, \neg B \vdash A$
Règle des cas	$A \rightarrow B, \neg A \rightarrow B \vdash B$
Élimination de l'équivalence	$A \leftrightarrow B \vdash A \rightarrow B$
Introduction de l'équivalence	$A \rightarrow B, B \rightarrow A \vdash A \leftrightarrow B$
Règle d'inconsistance	$A, \neg A \vdash B$

Règles d'inférence

Règle de combinaison	$A, B \vdash A \wedge B$
Règle de simplification	$A \wedge B \vdash B$
Règle d'addition	$A \vdash A \vee B$
Modus ponens	$A, A \rightarrow B \vdash B$
Modus tollens	$\neg B, A \rightarrow B \vdash \neg A$
Syllogisme hypothétique	$A \rightarrow B, B \rightarrow C \vdash A \rightarrow C$
Syllogisme disjonctif	$A \vee B, \neg B \vdash A$
Règle des cas	$A \rightarrow B, \neg A \rightarrow B \vdash B$
Élimination de l'équivalence	$A \leftrightarrow B \vdash A \rightarrow B$
Introduction de l'équivalence	$A \rightarrow B, B \rightarrow A \vdash A \leftrightarrow B$
Règle d'inconsistance	$A, \neg A \vdash B$

Règles d'inférence

Règle de combinaison	$A, B \vdash A \wedge B$
Règle de simplification	$A \wedge B \vdash B$
Règle d'addition	$A \vdash A \vee B$
Modus ponens	$A, A \rightarrow B \vdash B$
Modus tollens	$\neg B, A \rightarrow B \vdash \neg A$
Syllogisme hypothétique	$A \rightarrow B, B \rightarrow C \vdash A \rightarrow C$
Syllogisme disjonctif	$A \vee B, \neg B \vdash A$
Règle des cas	$A \rightarrow B, \neg A \rightarrow B \vdash B$
Élimination de l'équivalence	$A \leftrightarrow B \vdash A \rightarrow B$
Introduction de l'équivalence	$A \rightarrow B, B \rightarrow A \vdash A \leftrightarrow B$
Règle d'inconsistance	$A, \neg A \vdash B$

Règles d'inférence

Règle de combinaison	$A, B \vdash A \wedge B$
Règle de simplification	$A \wedge B \vdash B$
Règle d'addition	$A \vdash A \vee B$
Modus ponens	$A, A \rightarrow B \vdash B$
Modus tollens	$\neg B, A \rightarrow B \vdash \neg A$
Syllogisme hypothétique	$A \rightarrow B, B \rightarrow C \vdash A \rightarrow C$
Syllogisme disjonctif	$A \vee B, \neg B \vdash A$
Règle des cas	$A \rightarrow B, \neg A \rightarrow B \vdash B$
Élimination de l'équivalence	$A \leftrightarrow B \vdash A \rightarrow B$
Introduction de l'équivalence	$A \rightarrow B, B \rightarrow A \vdash A \leftrightarrow B$
Règle d'inconsistance	$A, \neg A \vdash B$

Règles d'inférence

Règle de combinaison	$A, B \vdash A \wedge B$
Règle de simplification	$A \wedge B \vdash B$
Règle d'addition	$A \vdash A \vee B$
Modus ponens	$A, A \rightarrow B \vdash B$
Modus tollens	$\neg B, A \rightarrow B \vdash \neg A$
Syllogisme hypothétique	$A \rightarrow B, B \rightarrow C \vdash A \rightarrow C$
Syllogisme disjonctif	$A \vee B, \neg B \vdash A$
Règle des cas	$A \rightarrow B, \neg A \rightarrow B \vdash B$
Élimination de l'équivalence	$A \leftrightarrow B \vdash A \rightarrow B$
Introduction de l'équivalence	$A \rightarrow B, B \rightarrow A \vdash A \leftrightarrow B$
Règle d'inconsistance	$A, \neg A \vdash B$

Règles d'inférence

Règle de combinaison	$A, B \vdash A \wedge B$
Règle de simplification	$A \wedge B \vdash B$
Règle d'addition	$A \vdash A \vee B$
Modus ponens	$A, A \rightarrow B \vdash B$
Modus tollens	$\neg B, A \rightarrow B \vdash \neg A$
Syllogisme hypothétique	$A \rightarrow B, B \rightarrow C \vdash A \rightarrow C$
Syllogisme disjonctif	$A \vee B, \neg B \vdash A$
Règle des cas	$A \rightarrow B, \neg A \rightarrow B \vdash B$
Élimination de l'équivalence	$A \leftrightarrow B \vdash A \rightarrow B$
Introduction de l'équivalence	$A \rightarrow B, B \rightarrow A \vdash A \leftrightarrow B$
Règle d'inconsistance	$A, \neg A \vdash B$

Règles d'inférence

Règle de combinaison	$A, B \vdash A \wedge B$
Règle de simplification	$A \wedge B \vdash B$
Règle d'addition	$A \vdash A \vee B$
Modus ponens	$A, A \rightarrow B \vdash B$
Modus tollens	$\neg B, A \rightarrow B \vdash \neg A$
Syllogisme hypothétique	$A \rightarrow B, B \rightarrow C \vdash A \rightarrow C$
Syllogisme disjonctif	$A \vee B, \neg B \vdash A$
Règle des cas	$A \rightarrow B, \neg A \rightarrow B \vdash B$
Élimination de l'équivalence	$A \leftrightarrow B \vdash A \rightarrow B$
Introduction de l'équivalence	$A \rightarrow B, B \rightarrow A \vdash A \leftrightarrow B$
Règle d'inconsistance	$A, \neg A \vdash B$

Règles d'inférence

Règle de combinaison	$A, B \vdash A \wedge B$
Règle de simplification	$A \wedge B \vdash B$
Règle d'addition	$A \vdash A \vee B$
Modus ponens	$A, A \rightarrow B \vdash B$
Modus tollens	$\neg B, A \rightarrow B \vdash \neg A$
Syllogisme hypothétique	$A \rightarrow B, B \rightarrow C \vdash A \rightarrow C$
Syllogisme disjonctif	$A \vee B, \neg B \vdash A$
Règle des cas	$A \rightarrow B, \neg A \rightarrow B \vdash B$
Élimination de l'équivalence	$A \leftrightarrow B \vdash A \rightarrow B$
Introduction de l'équivalence	$A \rightarrow B, B \rightarrow A \vdash A \leftrightarrow B$
Règle d'inconsistance	$A, \neg A \vdash B$

Règles d'inférence

Règle de combinaison	$A, B \vdash A \wedge B$
Règle de simplification	$A \wedge B \vdash B$
Règle d'addition	$A \vdash A \vee B$
Modus ponens	$A, A \rightarrow B \vdash B$
Modus tollens	$\neg B, A \rightarrow B \vdash \neg A$
Syllogisme hypothétique	$A \rightarrow B, B \rightarrow C \vdash A \rightarrow C$
Syllogisme disjonctif	$A \vee B, \neg B \vdash A$
Règle des cas	$A \rightarrow B, \neg A \rightarrow B \vdash B$
Élimination de l'équivalence	$A \leftrightarrow B \vdash A \rightarrow B$
Introduction de l'équivalence	$A \rightarrow B, B \rightarrow A \vdash A \leftrightarrow B$
Règle d'inconsistance	$A, \neg A \vdash B$

Règles d'inférence

Règle de combinaison	$A, B \vdash A \wedge B$
Règle de simplification	$A \wedge B \vdash B$
Règle d'addition	$A \vdash A \vee B$
Modus ponens	$A, A \rightarrow B \vdash B$
Modus tollens	$\neg B, A \rightarrow B \vdash \neg A$
Syllogisme hypothétique	$A \rightarrow B, B \rightarrow C \vdash A \rightarrow C$
Syllogisme disjonctif	$A \vee B, \neg B \vdash A$
Règle des cas	$A \rightarrow B, \neg A \rightarrow B \vdash B$
Élimination de l'équivalence	$A \leftrightarrow B \vdash A \rightarrow B$
Introduction de l'équivalence	$A \rightarrow B, B \rightarrow A \vdash A \leftrightarrow B$
Règle d'inconsistance	$A, \neg A \vdash B$

Règles d'inférence

Règle de combinaison	$A, B \vdash A \wedge B$
Règle de simplification	$A \wedge B \vdash B$
Règle d'addition	$A \vdash A \vee B$
Modus ponens	$A, A \rightarrow B \vdash B$
Modus tollens	$\neg B, A \rightarrow B \vdash \neg A$
Syllogisme hypothétique	$A \rightarrow B, B \rightarrow C \vdash A \rightarrow C$
Syllogisme disjonctif	$A \vee B, \neg B \vdash A$
Règle des cas	$A \rightarrow B, \neg A \rightarrow B \vdash B$
Élimination de l'équivalence	$A \leftrightarrow B \vdash A \rightarrow B$
Introduction de l'équivalence	$A \rightarrow B, B \rightarrow A \vdash A \leftrightarrow B$
Règle d'inconsistance	$A, \neg A \vdash B$

Théorème de la déduction

Théorème 15

Si $A, P \vdash B$, alors $P \vdash A \to B$.

1. On fait l'*hypothèse* de A : on le rajoute temporairement aux prémisses ;

Théorème de la déduction

Théorème 15

Si $A, P \vdash B$*, alors* $P \vdash A \to B$*.*

1. On fait l'*hypothèse* de A : on le rajoute temporairement aux prémisses ;
2. on démontre B en utilisant A et le reste des prémisses ;
3. on fait abstraction de A : A n'est plus forcément valide mais on obtient la conclusion $A \to B$.

Théorème de la déduction

Théorème 15

Si $A, P \vdash B$, alors $P \vdash A \to B$.

1. On fait l'*hypothèse* de A : on le rajoute temporairement aux prémisses ;
2. on démontre B en utilisant A et le reste des prémisses ;
3. on fait abstraction de A : A n'est plus forcément valide mais on obtient la conclusion $A \to B$.

Théorème de la déduction

Théorème 15

Si $A, P \vdash B$, alors $P \vdash A \rightarrow B$.

1. On fait l'*hypothèse* de A : on le rajoute temporairement aux prémisses ;
2. on démontre B en utilisant A et le reste des prémisses ;
3. on fait abstraction de A : A n'est plus forcément valide mais on obtient la conclusion $A \rightarrow B$.

Théorème de la déduction

Théorème 15

Si $A, P \vdash B$, *alors* $P \vdash A \rightarrow B$.

1. On fait l'*hypothèse* de A : on le rajoute temporairement aux prémisses ;
2. on démontre B en utilisant A et le reste des prémisses ;
3. on fait abstraction de A : A n'est plus forcément valide mais on obtient la conclusion $A \rightarrow B$.

démonstration du syllogisme hypothétique

1. $A \to B$ (première prémisse)
2. $B \to C$ (deuxième prémisse)
3. A (on rajoute temporairement A aux prémisses : on fait l'hypothèse de A)
4. $A, A \to B \vdash B$ d'après le MP en utilisant 3. et 2. : on peut mettre B dans les prémisses
5. $B, B \to C \vdash C$ d'après le MP en utilisant 4. et 2.
6. on fait abstraction de A : A n'est plus forcément valide mais on obtient la conclusion $A \to C$.

démonstration du syllogisme hypothétique

1. $A \rightarrow B$ (première prémisse)
2. $B \rightarrow C$ (deuxième prémisse)
3. A (on rajoute temporairement A aux prémisses : on fait l'hypothèse de A)
4. $A, A \rightarrow B \vdash B$ d'après le MP en utilisant 3. et 2. : on peut mettre B dans les prémisses
5. $B, B \rightarrow C \vdash C$ d'après le MP en utilisant 4. et 2.
6. on fait abstraction de A : A n'est plus forcément valide mais on obtient la conclusion $A \rightarrow C$.

démonstration du syllogisme hypothétique

1. $A \rightarrow B$ (première prémisse)
2. $B \rightarrow C$ (deuxième prémisse)
3. A (on rajoute temporairement A aux prémisses : on fait l'hypothèse de A)
4. $A, A \rightarrow B \vdash B$ d'après le MP en utilisant 3. et 2. : on peut mettre B dans les prémisses
5. $B, B \rightarrow C \vdash C$ d'après le MP en utilisant 4. et 2.
6. on fait abstraction de A : A n'est plus forcément valide mais on obtient la conclusion $A \rightarrow C$.

démonstration du syllogisme hypothétique

1. $A \to B$ (première prémisse)
2. $B \to C$ (deuxième prémisse)
3. A (on rajoute temporairement A aux prémisses : on fait l'hypothèse de A)
4. $A, A \to B \vdash B$ d'après le MP en utilisant 3. et 2. : on peut mettre B dans les prémisses
5. $B, B \to C \vdash C$ d'après le MP en utilisant 4. et 2.
6. on fait abstraction de A : A n'est plus forcément valide mais on obtient la conclusion $A \to C$.

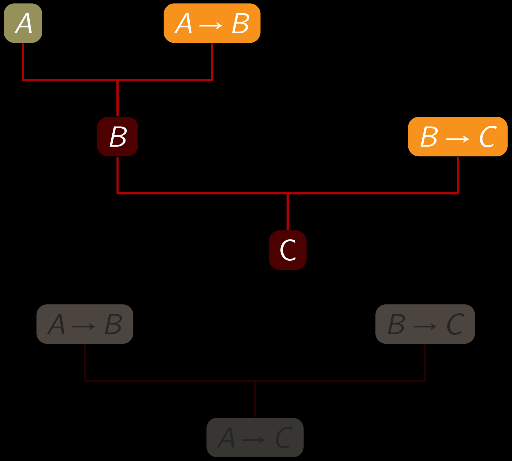
démonstration du syllogisme hypothétique

1. $A \to B$ (première prémisse)
2. $B \to C$ (deuxième prémisse)
3. A (on rajoute temporairement A aux prémisses : on fait l'hypothèse de A)
4. $A, A \to B \vdash B$ d'après le MP en utilisant 3. et 2. : on peut mettre B dans les prémisses
5. $B, B \to C \vdash C$ d'après le MP en utilisant 4. et 2.
6. on fait abstraction de A : A n'est plus forcément valide mais on obtient la conclusion $A \to C$.

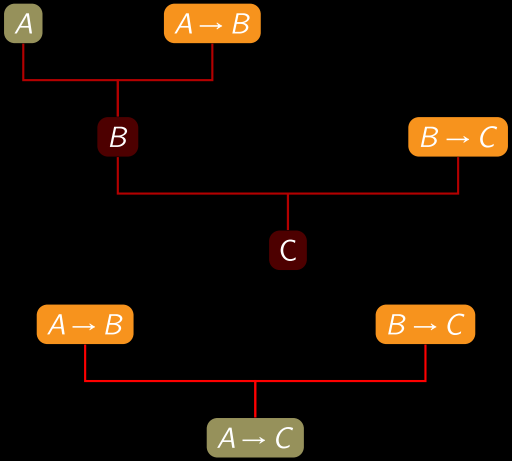
démonstration du syllogisme hypothétique

1. $A \rightarrow B$ (première prémisse)
2. $B \rightarrow C$ (deuxième prémisse)
3. A (on rajoute temporairement A aux prémisses : on fait l'hypothèse de A)
4. $A, A \rightarrow B \vdash B$ d'après le MP en utilisant 3. et 2. : on peut mettre B dans les prémisses
5. $B, B \rightarrow C \vdash C$ d'après le MP en utilisant 4. et 2.
6. on fait abstraction de A : A n'est plus forcément valide mais on obtient la conclusion $A \rightarrow C$.

Arbre binaire de déduction



Arbre binaire de déduction



21. 35

Vous pouvez voir aussi sur la 2e chaîne : ARCANA, NOCTURNE et BOXE

David Vincent (Roy Thinnes) prend encore des risques considérables.

Des installations techniques capables d'effectuer des tâches précises.

☆ LES ENVAHISSEURS ☆

FEUILLETON

LES SANGSUES

4e EPISODE

Warren Doneghan	Arthur HILL
Tom Wiley	Mark RICHMAN
Eve Doneghan	Diana van der VLIS
Hastings	Robert HARRIS
Le garde	Ray KELLOG
Noel Markham	Theo MARCUSE
Millington	Peter BROCCO
Le psychiatre	Norah KEEN
L'homme	Hank BRANDT
Le conducteur	Tom SIGNORELLI
David Vincent	Roy THINNES

Six savants de renommée mondiale disparaissent. Partis sans laisser d'adresse ni de traces. Seul, l'un a été retrouvé errant dans le désert de l'Arizona. Il semble devenu fou. Y a-t-il un rapport entre ces enlèvements et l'arrivée sur terre des « envahisseurs » ? David Vincent se pose la question. Pour en avoir le cœur net, il met au point un stratagème particulièrement audacieux : il se laissera capturer par les mystérieux ravisseurs dans le but de servir la science, de sauver l'humanité, de « savoir » peut-être...

Les envahisseurs

« Si John est un envahisseur, il ne rigolera pas à mes blagues ou il aura le petit doigt de la main droite écarté. John a rigolé à mes blagues et a le petit doigt serré contre l'annulaire. Ce n'est donc pas un envahisseur »

Soit E : « John est un envahisseur », R : « il rigolera de mes blagues », P :« il a le petit doigt écarté ».

Les prémisses sont donc $E \rightarrow (R \vee P)$,$\neg R$,et $\neg P$ et la conclusion $\neg E$.

Les envahisseurs

« Si John est un envahisseur, il ne rigolera pas à mes blagues ou il aura le petit doigt de la main droite écarté. John a rigolé à mes blagues et a le petit doigt serré contre l'annulaire. Ce n'est donc pas un envahisseur »
Soit E : « John est un envahisseur », R : « il rigolera de mes blagues », P :« il a le petit doigt écarté ».
Les prémisses sont donc $E \to (R \vee P)$, $\neg R$, et $\neg P$ et la conclusion $\neg E$.

Les envahisseurs

« Si John est un envahisseur, il ne rigolera pas à mes blagues ou il aura le petit doigt de la main droite écarté. John a rigolé à mes blagues et a le petit doigt serré contre l'annulaire. Ce n'est donc pas un envahisseur »
Soit E : « John est un envahisseur », R : « il rigolera de mes blagues »,
P :« il a le petit doigt écarté ».
Les prémisses sont donc $E \to (R \vee P)$,$\neg R$,et $\neg P$ et la conclusion $\neg E$.

Les envahisseurs

« Si John est un envahisseur, il ne rigolera pas à mes blagues ou il aura le petit doigt de la main droite écarté. John a rigolé à mes blagues et a le petit doigt serré contre l'annulaire. Ce n'est donc pas un envahisseur »
Soit E : « John est un envahisseur », R : « il rigolera de mes blagues », P :« il a le petit doigt écarté ».
Les prémisses sont donc $E \rightarrow (R \vee P)$,$\neg R$,et $\neg P$ et la conclusion $\neg E$.

Les envahisseurs

« Si John est un envahisseur, il ne rigolera pas à mes blagues ou il aura le petit doigt de la main droite écarté. John a rigolé à mes blagues et a le petit doigt serré contre l'annulaire. Ce n'est donc pas un envahisseur »
Soit E : « John est un envahisseur », R : « il rigolera de mes blagues », P :« il a le petit doigt écarté ».
Les prémisses sont donc $E \to (R \vee P)$, $\neg R$, et $\neg P$ et la conclusion $\neg E$.

Les envahisseurs

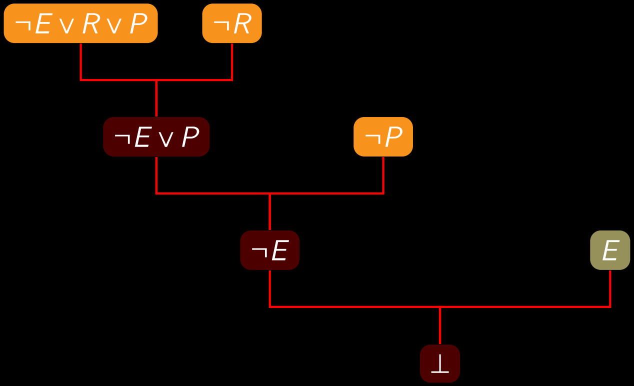
« Si John est un envahisseur, il ne rigolera pas à mes blagues ou il aura le petit doigt de la main droite écarté. John a rigolé à mes blagues et a le petit doigt serré contre l'annulaire. Ce n'est donc pas un envahisseur »
Soit E : « John est un envahisseur », R : « il rigolera de mes blagues », P :« il a le petit doigt écarté ».
Les prémisses sont donc $E \rightarrow (R \vee P), \neg R,$ et $\neg P$ et la conclusion $\neg E$.

Les envahisseurs

« Si John est un envahisseur, il ne rigolera pas à mes blagues ou il aura le petit doigt de la main droite écarté. John a rigolé à mes blagues et a le petit doigt serré contre l'annulaire. Ce n'est donc pas un envahisseur »
Soit E : « John est un envahisseur », R : « il rigolera de mes blagues », P :« il a le petit doigt écarté ».
Les prémisses sont donc $E \to (R \vee P), \neg R$, et $\neg P$ et la conclusion $\neg E$.

Les envahisseurs

« Si John est un envahisseur, il ne rigolera pas à mes blagues ou il aura le petit doigt de la main droite écarté. John a rigolé à mes blagues et a le petit doigt serré contre l'annulaire. Ce n'est donc pas un envahisseur »
Soit E : « John est un envahisseur », R : « il rigolera de mes blagues », P :« il a le petit doigt écarté ».
Les prémisses sont donc $E \rightarrow (R \vee P)$,$\neg R$,et $\neg P$ et la conclusion $\neg E$.


$\neg E \vee R \vee P$
$\neg R$
$\neg E \vee P$
$\neg P$
$\neg E$
E
$\perp$

Clause de Horn

$$(\neg P_1 \vee \neg P_2 \vee \cdots \neg P_n) \vee C$$

$$(P_1 \wedge P_2 \wedge .... \wedge P_n) \rightarrow C$$

```
C :- P1,P2, ... ,Pn.
```

Clause de Horn

$$(\neg P_1 \vee \neg P_2 \vee \cdots \neg P_n) \vee C$$

$$(P_1 \wedge P_2 \wedge .... \wedge P_n) \rightarrow C$$

```
C :- P1,P2, ... ,Pn.
```

Clause de Horn

$$(\neg P_1 \vee \neg P_2 \vee \cdots \neg P_n) \vee C$$

$$(P_1 \wedge P_2 \wedge .... \wedge P_n) \rightarrow C$$

```
C :- P1,P2, ... ,Pn.
```

PROLOG

```
parallelogramme :- cote_para,cote_meme_long.
rectangle :- parallelogramme,un_angle_droit.
losange :- parallelogramme,deux_cote_meme_long.
carre :- rectangle,losange.
cote_para.
un_angle_droit.
cote_meme_long.
deux_cote_meme_long.

?- carre.
true.
```

PROLOG : on part du but à atteindre et on recherche dans notre catalogue de connaissances les implications dont notre but est la tête et on continue jusqu'à arriver à une proposition valide.

Mais nous manquons encore d'outils mathématiques pour bien exploiter PROLOG : ce sera l'objet de notre module de novembre sur **la logique des prédicats**...

PROLOG : on part du but à atteindre et on recherche dans notre catalogue de connaissances les implications dont notre but est la tête et on continue jusqu'à arriver à une proposition valide.
Mais nous manquons encore d'outils mathématiques pour bien exploiter PROLOG : ce sera l'objet de notre module de novembre sur **la logique des prédicats**...