Les relations en informatique

INFO1 - Semaines 39 & 40

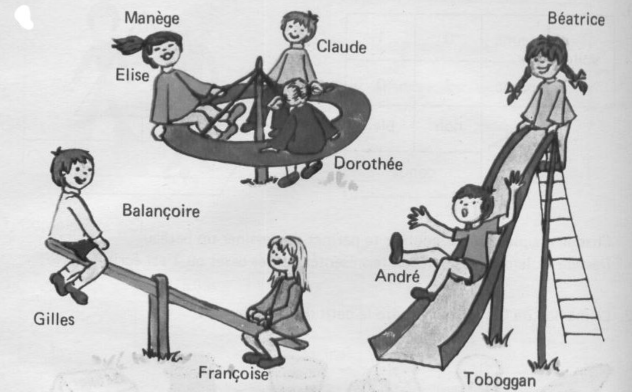
Guillaume CONNAN

IUT de Nantes - Dpt d'informatique

Dernière mise à jour : 23 septembre 2013 à 12:29

Sommaire

Sommaire



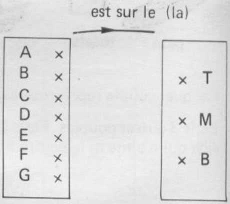
Représente les ensembles comme sur le livre
et trace les traits fléchés.

Complète :

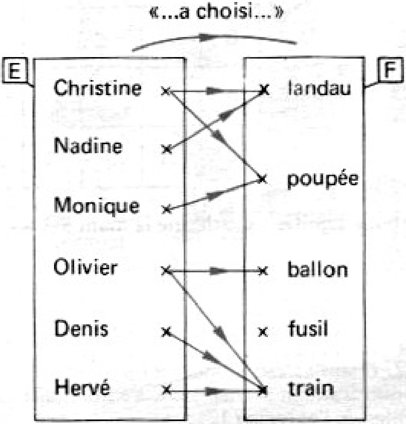
André est allé sur ....

Dorothée est allée sur ....

Qui est allé sur la balançoire ? ....



1. Complète le tableau que te remet le maître par des 1 et des 0.



train						
fusil						
ballon						
poupée						
landau						
	C	N	M	O	D	H

«...a choisi...»

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

De	Vers
C	landau, poupée
N	landau
M	poupée
O	ballon, train
D	train
H	train

$$E = \{C, M, N, O, D, H\} \qquad F = \{\ell, p, b, f, t\}$$

$$\mathcal{G}_{\mathcal{R}} = \{(C,\ell),(C,p),(N,\ell),(M,p),(O,b),(O,t),(D,t),(H,t)\}$$

$$\mathcal{G}_{\mathcal{R}} = \{C \mapsto \ell, C \mapsto p, N \mapsto \ell, M \mapsto p, O \mapsto b, O \mapsto t, D \mapsto t, H \mapsto t\}$$

$$E = \{C, M, N, O, D, H\} \qquad F = \{\ell, p, b, f, t\}$$

$$\mathcal{G}_{\mathcal{R}} = \{(C,\ell),(C,p),(N,\ell),(M,p),(O,b),(O,t),(D,t),(H,t)\}$$

$$\mathcal{G}_{\mathcal{R}} = \{C \mapsto \ell, C \mapsto p, N \mapsto \ell, M \mapsto p, O \mapsto b, O \mapsto t, D \mapsto t, H \mapsto t\}$$

$$E = \{C, M, N, O, D, H\} \qquad F = \{\ell, p, b, f, t\}$$

$$\mathcal{G}_{\mathcal{R}} = \{(C,\ell),(C,p),(N,\ell),(M,p),(O,b),(O,t),(D,t),(H,t)\}$$

$$\mathcal{G}_{\mathcal{R}} = \{C \mapsto \ell, C \mapsto p, N \mapsto \ell, M \mapsto p, O \mapsto b, O \mapsto t, D \mapsto t, H \mapsto t\}$$

```haskell
import qualified Data.Map as Map
import qualified Data.Set as Set

data Rel a b = Rel (Set.Set a, Set.Set b, Map.Map a (Set.Set b))

e = Set.fromList ['C','N','M','O','D','H']
f = Set.fromList ['l','p','b','f','t']

g = Map.fromList [('C',Set.fromList ['l','p']),
                  ('N',Set.fromList ['l']),
                  ('M',Set.fromList ['p']),
                  ('O',Set.fromList ['b','t']),
                  ('D',Set.fromList ['t']),
                  ('H',Set.fromList ['t'])
                 ]

r = Rel(e,f,g)
```

Après, il n'y a plus qu'à construire une multitude de fonctions :

```
source :: Rel a b -> Set.Set a
source (Rel (s,b,gr)) = s

but :: Rel a b -> Set.Set b
but (Rel (s,b,gr)) = b

graphe :: Rel a b -> Map.Map a (Set.Set b)
graphe (Rel (s,b,gr)) = gr

images_de ::(Ord a) =>  Rel a b -> a -> Set.Set b
images_de rel e1 = (graphe rel) Map.! e1

est_en_relation ::(Ord a, Ord b) => Rel a b -> a -> b -> Bool
est_en_relation rel e1 e2 = Set.member e2 (images_de rel e1)
```

Mettons tout ceci au clair :

Définition 1

Une *relation binaire* entre deux ensemble E et F est la donnée de E, F et d'un sous-ensemble du produit cartésien $E \times F$.
Une *relation n-aire* entre n ensembles E_1, E_2,...,E_n est la donnée de ces ensembles et d'un sous-ensemble du produit cartésien $E_1 \times E_2 \times \cdots E_n$.

Définition 2

L'ensemble des éléments de E qui ont au moins une image par $\mathcal{R}$ est l'ensemble de définition ou **domaine** de définition de la relation $\mathcal{R}$ que l'on note le plus souvent par $\mathcal{D}_{\mathcal{R}}$ ou $\mathrm{dom}(\mathcal{R})$. Remarquons que l'on a forcément $\mathrm{dom}(\mathcal{R}) \subseteq E$.

$$\mathrm{dom}(\mathcal{R}) = \{x \mid \exists y\,((x,y) \in \mathcal{G}_{\mathcal{R}})\}$$

Définition 3

L'ensemble des éléments de F qui ont au moins un antécédent dans E est appelé l'image de $\mathcal{R}$ ou l'image de E par $\mathcal{R}$ ou le codomaine de $\mathcal{R}$. On utilise indifféremment les notations suivantes pour désigner le codomaine de $\mathcal{R}$noté $\mathrm{Im}\,\mathcal{R}$ ou $\mathrm{Im}(\mathcal{R})$ ou $\mathrm{Ran}(\mathcal{R})$ ou $\mathrm{codom}(\mathcal{R})$

$$\mathrm{Ran}(\mathcal{R}) = \{y \mid \exists x\,((x,y) \in \mathcal{G}_{\mathcal{R}})\}$$

Définition 2

L'ensemble des éléments de E qui ont au moins une image par $\mathcal{R}$ est l'ensemble de définition ou **domaine** de définition de la relation $\mathcal{R}$ que l'on note le plus souvent par $\mathcal{D}_{\mathcal{R}}$ ou $\mathrm{dom}(\mathcal{R})$. Remarquons que l'on a forcément $\mathrm{dom}(\mathcal{R}) \subseteq E$.

$$\mathrm{dom}(\mathcal{R}) = \{x \mid \exists y\,((x,y) \in \mathcal{G}_{\mathcal{R}})\}$$

Définition 3

L'ensemble des éléments de F qui ont au moins un antécédent dans E est appelé l'image de $\mathcal{R}$ ou l'image de E par $\mathcal{R}$ ou le **codomaine** de $\mathcal{R}$. On utilise indifféremment les notations suivantes pour désigner le codomaine de $\mathcal{R}$ noté $\mathrm{Im}\,\mathcal{R}$ ou $\mathrm{Im}(\mathcal{R})$ ou $\mathrm{Ran}(\mathcal{R})$ ou $\mathrm{codom}(\mathcal{R})$

$$\mathrm{Ran}(\mathcal{R}) = \{y \mid \exists x\,((x,y) \in \mathcal{G}_{\mathcal{R}})\}$$

Définition 2

L'ensemble des éléments de E qui ont au moins une image par $\mathcal{R}$ est l'ensemble de définition ou **domaine** de définition de la relation $\mathcal{R}$ que l'on note le plus souvent par $\mathcal{D}_{\mathcal{R}}$ ou dom($\mathcal{R}$). Remarquons que l'on a forcément $\operatorname{dom}(\mathcal{R}) \subseteq E$.

$$\operatorname{dom}(\mathcal{R}) = \{x \mid \exists y\,((x,y) \in \mathcal{G}_{\mathcal{R}})\}$$

Définition 3

L'ensemble des éléments de F qui ont au moins un antécédent dans E est appelé l'image de $\mathcal{R}$ ou l'image de E par $\mathcal{R}$ ou le **codomaine** de $\mathcal{R}$. On utilise indifféremment les notations suivantes pour désigner le codomaine de $\mathcal{R}$noté $\operatorname{Im}\mathcal{R}$ ou Im($\mathcal{R}$) ou Ran($\mathcal{R}$) ou $\operatorname{codom}(\mathcal{R})$

$$\operatorname{Ran}(\mathcal{R}) = \{y \mid \exists x\,((x,y) \in \mathcal{G}_{\mathcal{R}})\}$$

Matrice d'adjacence

Si les ensembles E et F sont définis par :

$$E = \{x_1, x_2, \cdots, x_n\} \qquad F = \{y_1, y_2, \cdots, y_p\}$$

alors la relation $\mathcal{R}$ est définie par la matrice $R = (r_{i,j}) \in \mathfrak{M}_{n,p}$ définie par :

$$R = \begin{pmatrix} r_{1,1} & \cdots & r_{1,j} & \cdots & \cdots & r_{1,p} \\ \vdots & & \vdots & & & \vdots \\ r_{i,1} & & r_{i,j} & & & r_{i,p} \\ \vdots & & \vdots & & & \vdots \\ r_{n,1} & \cdots & r_{n,j} & \cdots & \cdots & r_{n,p} \end{pmatrix} \text{ avec } r_{i,j} = \begin{cases} 1 \text{ si } x_i \mathcal{R} y_j \\ 0 \text{ sinon} \end{cases}$$

Définition 4

La **relation transposée** de la relation $\mathcal{R} = (E, F, G_{\mathcal{R}})$ est la relation notée ${}^{t}\mathcal{R}$ définie par ${}^{t}\mathcal{R} = (F, E, G_{{}^{t}\mathcal{R}})$ avec $G_{{}^{t}\mathcal{R}} = \{(y,x) \mid (x,y) \in G_{\mathcal{R}}\}$, c'est-à-dire $y\,{}^{t}\mathcal{R}\,x \Leftrightarrow x\mathcal{R}y$.

Exemple

Considérons les ensembles et la relation suivants :

- Étudiants= {Roger, Berthe, Jean-Pierre, Gudrun} ;
- Chaînes= { TF1, Gulli, Zen TV} ;
- TV= {Roger $\mapsto$ Gulli, Berthe $\mapsto$ Gulli, Jean-Pierre $\mapsto$ Zen TV, Gudrun $\mapsto$ Gulli}.

Ainsi la relation $TV \in$ Étudiants $\longleftrightarrow$ Chaîne peut s'interpréter en « ... regarde ... ».

Que pensez-vous de la relation transposée ?

Exemple

Considérons les ensembles et la relation suivants :

- Étudiants= {Roger, Berthe, Jean-Pierre, Gudrun} ;
- Chaînes= { TF1, Gulli, Zen TV} ;
- TV= {Roger $\mapsto$ Gulli, Berthe $\mapsto$ Gulli, Jean-Pierre $\mapsto$ Zen TV, Gudrun $\mapsto$ Gulli}.

Ainsi la relation $TV \in$ Étudiants $\longleftrightarrow$ Chaîne peut s'interpréter en « ... regarde ... ».

Que pensez-vous de la relation transposée ?

Exemple

Considérons les ensembles et la relation suivants :

- Étudiants= {Roger, Berthe, Jean-Pierre, Gudrun} ;
- Chaînes= { TF1, Gulli, Zen TV} ;
- TV= {Roger $\mapsto$ Gulli, Berthe $\mapsto$ Gulli, Jean-Pierre $\mapsto$ Zen TV, Gudrun $\mapsto$ Gulli}.

Ainsi la relation $TV \in$ Étudiants $\longleftrightarrow$ Chaîne peut s'interpréter en « … regarde … ».

Que pensez-vous de la relation transposée ?

Exemple

Considérons les ensembles et la relation suivants :

- Étudiants= {Roger, Berthe, Jean-Pierre, Gudrun} ;
- Chaînes= { TF1, Gulli, Zen TV} ;
- TV= {Roger $\mapsto$ Gulli, Berthe $\mapsto$ Gulli, Jean-Pierre $\mapsto$ Zen TV, Gudrun $\mapsto$ Gulli}.

Ainsi la relation $TV \in$ Étudiants $\longleftrightarrow$ Chaîne peut s'interpréter en « ... regarde ... ».

Que pensez-vous de la relation transposée ?

Exemple

Considérons les ensembles et la relation suivants :

- Étudiants= {Roger, Berthe, Jean-Pierre, Gudrun} ;
- Chaînes= { TF1, Gulli, Zen TV} ;
- TV= {Roger $\mapsto$ Gulli, Berthe $\mapsto$ Gulli, Jean-Pierre $\mapsto$ Zen TV, Gudrun $\mapsto$ Gulli}.

Ainsi la relation $TV \in$ Étudiants $\longleftrightarrow$ Chaîne peut s'interpréter en « ... regarde ... ».

Que pensez-vous de la relation transposée ?

Définition 5

Si U est une partie de E, $\mathcal{R}(U)$ désigne l'ensemble des images des éléments de U par $\mathcal{R}$.

Définition 6

Si V est une partie de F, la contre image (ou l'image transposée) de V par $\mathcal{R}$ est l'image de V par ${}^t\mathcal{R}$. Elle est donc notée ${}^t\mathcal{R}(V)$.

Définition 5

Si U est une partie de E, $\mathcal{R}(U)$ désigne l'ensemble des images des éléments de U par $\mathcal{R}$.

Définition 6

Si V est une partie de F, la contre image (ou l'image transposée) de V par $\mathcal{R}$ est l'image de V par ${}^t\mathcal{R}$. Elle est donc notée ${}^t\mathcal{R}(V)$.

Définition 5

Si U est une partie de E, $\mathcal{R}(U)$ désigne l'ensemble des images des éléments de U par $\mathcal{R}$.

Définition 6

Si V est une partie de F, la contre image (ou l'image transposée) de V par $\mathcal{R}$ est l'image de V par ${}^{t}\mathcal{R}$. Elle est donc notée ${}^{t}\mathcal{R}(V)$.

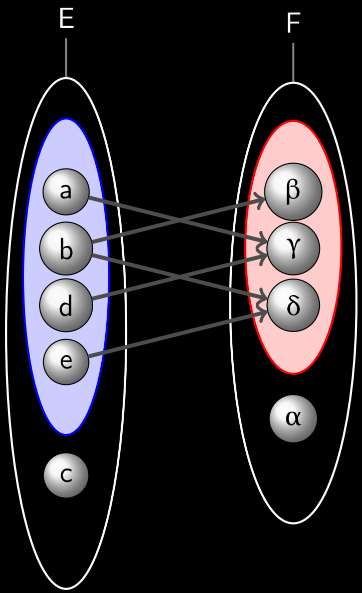


Image et contre-image

Définition 7

Les relations $\mathcal{R}_1 = (E_1, F_1, G_{\mathcal{R}_1})$ et $\mathcal{R}_2 = (E_2, F_2, G_{\mathcal{R}_2})$ sont égales si, et seulement si, $E_1 = E_2$ **ET** $F_1 = F_2$ **ET** $G_{\mathcal{R}_1} = G_{\mathcal{R}_2}$.

Définition 7

Les relations $\mathcal{R}_1 = (E_1, F_1, G_{\mathcal{R}_1})$ et $\mathcal{R}_2 = (E_2, F_2, G_{\mathcal{R}_2})$ sont égales si, et seulement si, $E_1 = E_2$ **ET** $F_1 = F_2$ **ET** $G_{\mathcal{R}_1} = G_{\mathcal{R}_2}$.

Définition 7

Les relations $\mathcal{R}_1 = (E_1, F_1, G_{\mathcal{R}_1})$ et $\mathcal{R}_2 = (E_2, F_2, G_{\mathcal{R}_2})$ sont égales si, et seulement si, $E_1 = E_2$ **ET** $F_1 = F_2$ **ET** $G_{\mathcal{R}_1} = G_{\mathcal{R}_2}$.

Définition 7

Les relations $\mathcal{R}_1 = (E_1, F_1, G_{\mathcal{R}_1})$ et $\mathcal{R}_2 = (E_2, F_2, G_{\mathcal{R}_2})$ sont égales si, et seulement si, $E_1 = E_2$ **ET** $F_1 = F_2$ **ET** $G_{\mathcal{R}_1} = G_{\mathcal{R}_2}$.

Définition 8

La **négation** de $\mathcal{R}_1$ (on dit aussi le complémentaire de $\mathcal{R}_1$) est la relation :

$$\overline{\mathcal{R}_1} = (E, F, \complement_{E\times F} G_{\mathcal{R}_1})$$

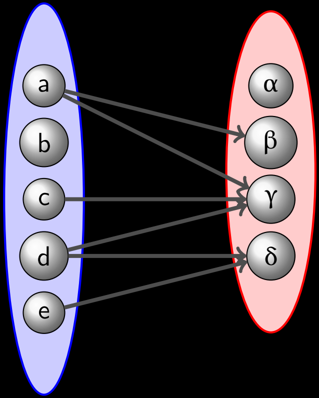
Définition 9

On dit que la relation $\mathcal{R}_1$ est incluse dans la relation $\mathcal{R}_2$ ou que la relation $\mathcal{R}_1$ est une **sous relation** de la relation $\mathcal{R}_2$ si, et seulement si, $G_{\mathcal{R}_1} \subseteq G_{\mathcal{R}_2}$. Cela signifie que

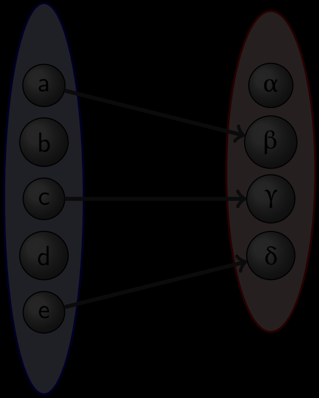
$$x\mathcal{R}_1 y \Rightarrow x\mathcal{R}_2 y$$

et on écrit alors $\mathcal{R}_1 \subseteq \mathcal{R}_2$.

Inclusion

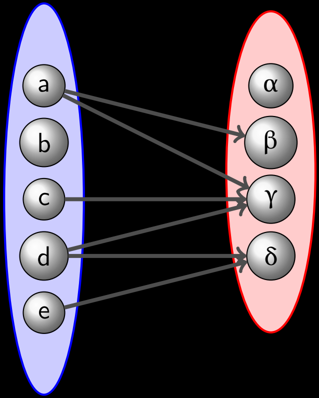


$\mathcal{R}_1$

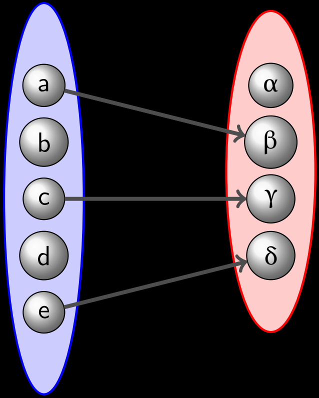


$\mathcal{R}_2$ est une sous-relation de $\mathcal{R}_1$

Inclusion



$\mathcal{R}_1$



$\mathcal{R}_2$ est une sous-relation de $\mathcal{R}_1$

Méthode B

Voici les notations utilisées en méthode B, $\mathcal{R}$ désignant une relation de E vers F.

Obligatoirement $A \subseteq E$ **et** $B \subseteq F$.

- *La relation* $(E, F, G_{\mathcal{R}} \cap (A \times F))$ *est notée* $A \lhd \mathcal{R}$*, c'est une sous relation de* $\mathcal{R}$ *et les informaticiens parlent de « restriction de domaine ».*
- *La relation* $(E, F, G_{\mathcal{R}} \cap (E \times B))$ *est notée* $\mathcal{R} \rhd B$*, c'est une sous relation de* $\mathcal{R}$*et les informaticiens parlent de « restriction de codomaine ».*
- *La relation* $(E, F, G_{\mathcal{R}} \cap (A \times B))$ *est notée* $A \lhd \mathcal{R} \rhd B$*, c'est une sous relation de* $\mathcal{R}$ *et les informaticiens parlent de « restriction de domaine et de codomaine ».*

Méthode B

Voici les notations utilisées en méthode B, $\mathcal{R}$ désignant une relation de E vers F.

Obligatoirement $A \subseteq E$ **et** $B \subseteq F$.

- *La relation* $(E, F, G_{\mathcal{R}} \cap (A \times F))$ *est notée* $A \lhd \mathcal{R}$, *c'est une sous relation de* $\mathcal{R}$ *et les informaticiens parlent de « restriction de domaine ».*
- *La relation* $(E, F, G_{\mathcal{R}} \cap (E \times B))$ *est notée* $\mathcal{R} \rhd B$, *c'est une sous relation de* $\mathcal{R}$*et les informaticiens parlent de « restriction de codomaine ».*
- *La relation* $(E, F, G_{\mathcal{R}} \cap (A \times B))$ *est notée* $A \lhd \mathcal{R} \rhd B$, *c'est une sous relation de* $\mathcal{R}$ *et les informaticiens parlent de « restriction de domaine et de codomaine ».*

Méthode B

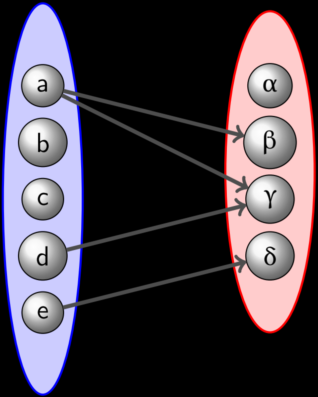
Voici les notations utilisées en méthode B, $\mathcal{R}$ désignant une relation de E vers F.

Obligatoirement $A \subseteq E$ **et** $B \subseteq F$.

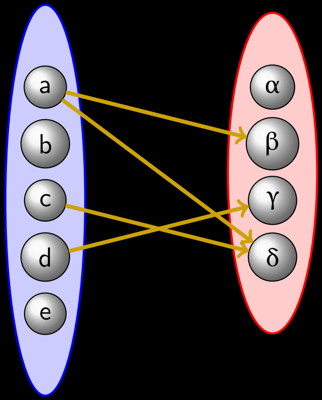
- *La relation* $(E, F, G_{\mathcal{R}} \cap (A \times F))$ *est notée* $A \lhd \mathcal{R}$, *c'est une sous relation de* $\mathcal{R}$ *et les informaticiens parlent de « restriction de domaine ».*
- *La relation* $(E, F, G_{\mathcal{R}} \cap (E \times B))$ *est notée* $\mathcal{R} \rhd B$, *c'est une sous relation de* $\mathcal{R}$*et les informaticiens parlent de « restriction de codomaine ».*
- *La relation* $(E, F, G_{\mathcal{R}} \cap (A \times B))$ *est notée* $A \lhd \mathcal{R} \rhd B$, *c'est une sous relation de* $\mathcal{R}$ *et les informaticiens parlent de « restriction de domaine et de codomaine ».*

Définition 10

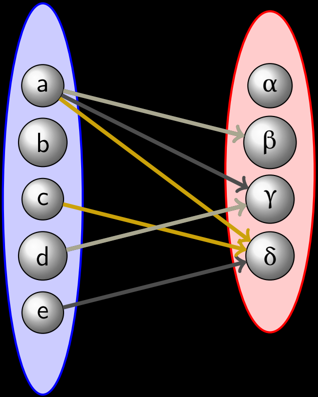
La **réunion** de $\mathcal{R}_1$ et de $\mathcal{R}_2$ est la relation $\mathcal{R}_1 \cup \mathcal{R}_2 = (E, F, G_{\mathcal{R}_1} \cup G_{\mathcal{R}_2})$.
L'**intersection** de $\mathcal{R}_1$ et de $\mathcal{R}_2$ est la relation $\mathcal{R}_1 \cap \mathcal{R}_2 = (E, F, G_{\mathcal{R}_1} \cap G_{\mathcal{R}_2})$.



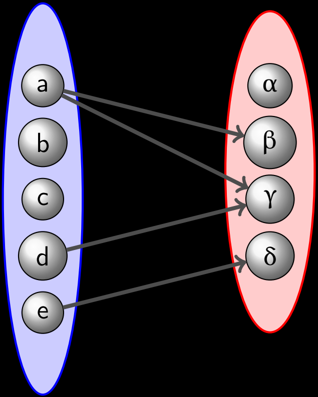
$\mathcal{R}_1$



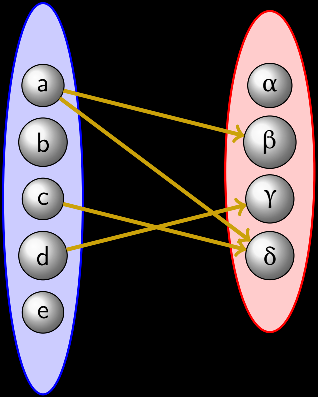
$\mathcal{R}_2$



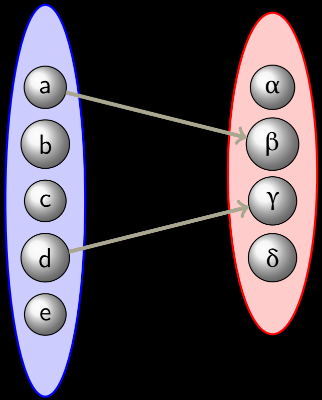
$\mathcal{R}_1 \cup \mathcal{R}_2$



$\mathcal{R}_1$



$\mathcal{R}_2$



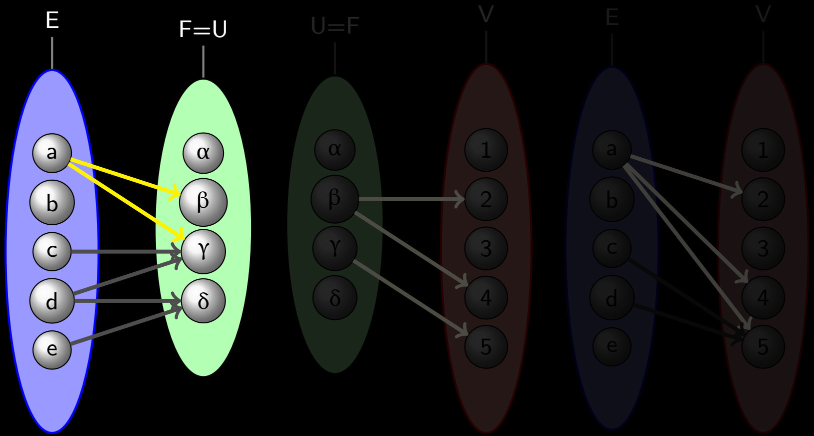
$$\mathcal{R}_1 \cap \mathcal{R}_2$$

Définition 11

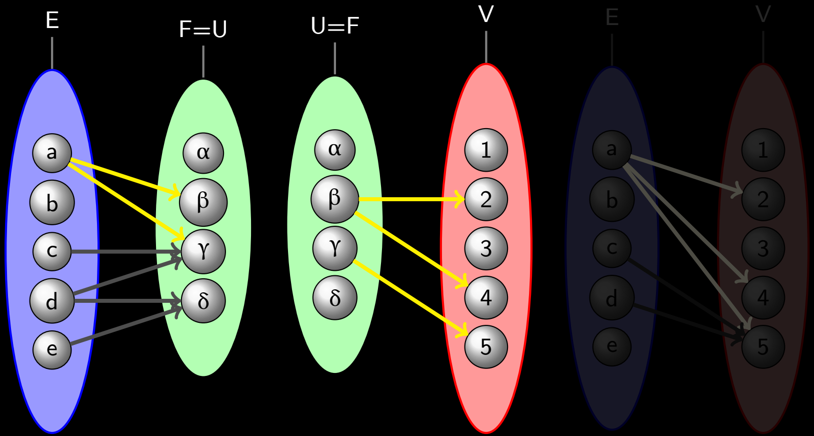
$\mathcal{R} = (E, F, G_{\mathcal{R}})$ et $\mathcal{S} = (U, V, G_{\mathcal{S}})$ sont deux relations. La composée de $\mathcal{R}$ et $\mathcal{S}$ est la relation $(E, V, G_{\mathcal{S}\circ\mathcal{R}})$ avec

$$G_{\mathcal{S}\circ\mathcal{R}} = \{(x,z) \in E \times V \mid \exists y \in F,\ (x,y) \in G_{\mathcal{R}} \wedge (y,z) \in G_{\mathcal{S}}\}$$

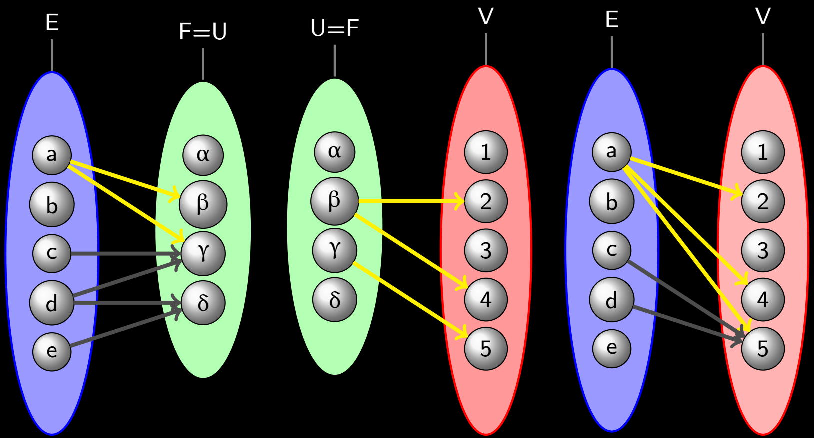
Composition



Composition



Composition



Cri

- Baptême={ alouette↦Josette, alouette↦Pépette, albatros↦Bernard, bécasse↦Germaine} ;
- Cri={Josette↦turlute, Josette↦grisole, Pépette↦turlute, Bernard↦piaule, Germaine↦croule}

Quelle est la tête de la relation (Baptême ; Cri) et comment l'interpréter ?

Cri

- Baptême={ alouette$\mapsto$Josette, alouette$\mapsto$Pépette, albatros$\mapsto$Bernard, bécasse$\mapsto$Germaine} ;
- Cri={Josette$\mapsto$turlute, Josette$\mapsto$grisole, Pépette$\mapsto$turlute, Bernard$\mapsto$piaule, Germaine$\mapsto$croule}

Quelle est la tête de la relation (Baptême ; Cri) et comment l'interpréter ?

Cri

- Baptême=$\{$ alouette$\mapsto$Josette, alouette$\mapsto$Pépette, albatros$\mapsto$Bernard, bécasse$\mapsto$Germaine$\}$;
- Cri=$\{$Josette$\mapsto$turlute, Josette$\mapsto$grisole, Pépette$\mapsto$turlute, Bernard$\mapsto$piaule, Germaine$\mapsto$croule$\}$

Quelle est la tête de la relation (Baptême ; Cri) et comment l'interpréter ?

Cri

- Baptême=$\{$ alouette$\mapsto$Josette, alouette$\mapsto$Pépette, albatros$\mapsto$Bernard, bécasse$\mapsto$Germaine$\}$;
- Cri=$\{$Josette$\mapsto$turlute, Josette$\mapsto$grisole, Pépette$\mapsto$turlute, Bernard$\mapsto$piaule, Germaine$\mapsto$croule$\}$

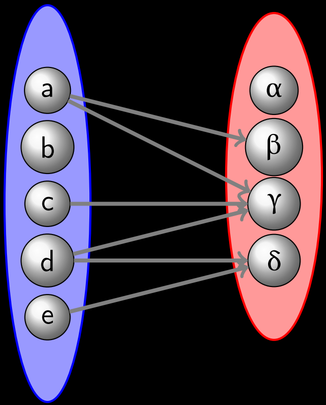
Quelle est la tête de la relation (Baptême ; Cri) et comment l'interpréter ?

Sommaire

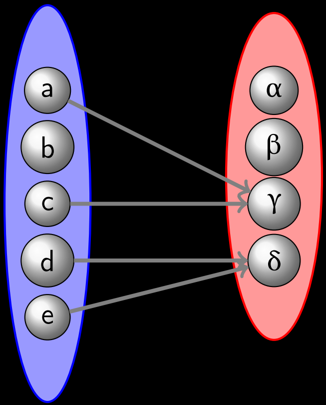
Définition 12

On dit que **la relation** $f = (E, F, G_f)$ est une **fonction** de E vers (ou dans) F si, et seulement si, tout élément de E a **au plus** (cela veut dire : soit zéro ou une) une image dans F.

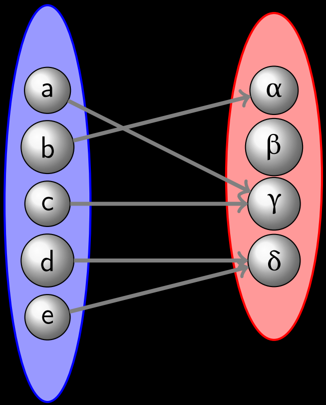
fonction ?



fonction ?



fonction ?



Définition 13 (Projection canonique)

La fonction totale

$$\pi_i : \begin{array}{rcl} E_1 \times E_2 \times \ldots \times E_n & \rightarrow & E_i \\ (x_1, x_2, \ldots, x_n) & \mapsto & x_i \end{array}$$

est appelée projection canonique de $E_1 \times E_2 \times \ldots \times E_n$ sur E_i.
Si tous les E_i sont égaux au même ensemble E, π_i est appelée la i^{e} projection.

Définition 14 (Fonction identité)

C'est la fonction totale définie sur E par

$$\mathrm{Id}_E : \begin{array}{ccc} E & \longrightarrow & E \\ x & \longmapsto & x \end{array}$$

Définition 15 (Composition réitérée)

Si f est une fonction totale de E dans E, on note f^k la composition

$$\underbrace{f \circ f \circ \cdots \circ f}_{k \text{ fois}}$$

si k est un entier naturel non nul et, par convention, $f^0 = id_E$.

Définition 16 (Fonction caractéristique)

$$\mathbb{1}_A : \begin{array}{ccc} E & \to & \{0,1\} \\ x & \mapsto & \begin{cases} 1 \text{ si } x \in A \\ 0 \text{ si } x \notin A \end{cases} \end{array}$$

Définition 17 (Loi de composition)

On appelle loi de composition (ou opération) dans E toute fonction de $A \times E$ dans E.
Si $A = E$, on dit que la loi est une loi de composition interne, sinon on parle de loi de composition externe ou loi mixte.

Si f est une telle loi de composition et $(a, x) \in A \times E$, on remplace souvent la **notation préfixée** $f((a, x))$ par une **notation infixée** du style $a \odot x$ ou $a * x$ ou $a \boxplus x$ ou $a \boxdot x$ ou $a + x$ ou…

Définition 17 (Loi de composition)

On appelle loi de composition (ou opération) dans E toute fonction de $A \times E$ dans E.
Si $A = E$, on dit que la loi est une loi de composition interne, sinon on parle de loi de composition externe ou loi mixte.

Si f est une telle loi de composition et $(a,x) \in A \times E$, on remplace souvent la **notation préfixée** $f((a,x))$ par une **notation infixée** du style $a \odot x$ ou $a * x$ ou $a \boxplus x$ ou $a \boxdot x$ ou $a + x$ ou...

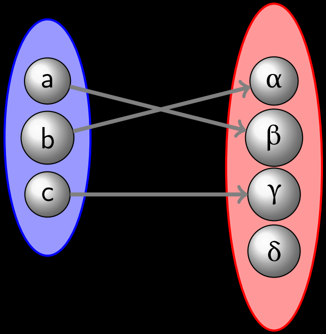
Définition 17 (Loi de composition)

On appelle loi de composition (ou opération) dans E toute fonction de $A \times E$ dans E.
Si $A = E$, on dit que la loi est une loi de composition interne, sinon on parle de loi de composition externe ou loi mixte.

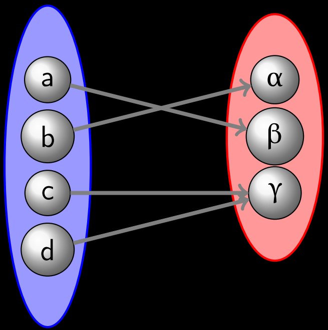
Si f est une telle loi de composition et $(a,x) \in A \times E$, on remplace souvent la **notation préfixée** $f((a,x))$ par une **notation infixée** du style $a \circledcirc x$ ou $a * x$ ou $a \boxplus x$ ou $a \boxdot x$ ou $a + x$ ou...

```
Prelude> let biplus = \(a,b) -> a + b + b
Prelude> :t biplus
biplus :: (Integer, Integer) -> Integer
Prelude> let (++) a b = biplus (a,b)
Prelude> 1 ++ 2
5
Prelude> biplus (1,2)
5
```

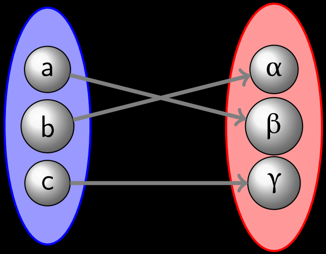
fonction injective



fonction surjective



fonction bijective



Méthode B

En méthode B on note :

- $D ⇸ C$: fonctions partielles de D vers C ;
- $D \rightarrow C$: fonctions totales de D vers C ;
- $D ⤔ C$: injections partielles de D vers C ;
- $D \rightarrowtail C$: injections totales de D vers C ;
- $D ⤀ C$: surjections partielles de D vers C ;
- $D \twoheadrightarrow C$: surjections totales de D vers C ;
- $D ⤗ C$: bijections partielles de D sur C ;
- $D ⤖ C$: bijections totales de D sur C.

Méthode B

En méthode B on note :

- $D \mathrel{+\!\!\!\!\rightarrow} C$: fonctions partielles de D vers C ;
- $D \rightarrow C$: fonctions totales de D vers C ;
- $D \mathrel{\rightarrowtail\!\!\!\!\!\!+\;\;} C$: injections partielles de D vers C ;
- $D \rightarrowtail C$: injections totales de D vers C ;
- $D \mathrel{+\!\!\!\!\twoheadrightarrow} C$: surjections partielles de D vers C ;
- $D \twoheadrightarrow C$: surjections totales de D vers C ;
- $D \mathrel{\rightarrowtail\!\!\!\!\!\!\!+\!\!\!\twoheadrightarrow} C$: bijections partielles de D sur C ;
- $D \mathrel{\rightarrowtail\!\!\!\!\!\twoheadrightarrow} C$: bijections totales de D sur C.

Méthode B

En méthode B on note :

- $D \pfun C$: fonctions partielles de D vers C ;
- $D \rightarrow C$: fonctions totales de D vers C ;
- $D \pinj C$: injections partielles de D vers C ;
- $D \rightarrowtail C$: injections totales de D vers C ;
- $D \psurj C$: surjections partielles de D vers C ;
- $D \twoheadrightarrow C$: surjections totales de D vers C ;
- $D \pbij C$: bijections partielles de D sur C ;
- $D \bij C$: bijections totales de D sur C.

Méthode B

En méthode B on note :

- $D \mathrel{\mapsto\!\!\!\!\!\!+\;} C$: fonctions partielles de D vers C ;
- $D \rightarrow C$: fonctions totales de D vers C ;
- $D \mathrel{\rightarrowtail\!\!\!\!\!\!+\;} C$: injections partielles de D vers C ;
- $D \rightarrowtail C$: injections totales de D vers C ;
- $D \mathrel{\twoheadrightarrow\!\!\!\!\!\!\!+\;\;} C$: surjections partielles de D vers C ;
- $D \twoheadrightarrow C$: surjections totales de D vers C ;
- $D \mathrel{\rightarrowtail\!\!\!\!\!\twoheadrightarrow\!\!\!\!\!\!\!+\;\;} C$: bijections partielles de D sur C ;
- $D \mathrel{\rightarrowtail\!\!\!\!\!\twoheadrightarrow} C$: bijections totales de D sur C.

Méthode B

En méthode B on note :

- $D ⇸ C$: fonctions partielles de D vers C ;
- $D \rightarrow C$: fonctions totales de D vers C ;
- $D ⤔ C$: injections partielles de D vers C ;
- $D \rightarrowtail C$: injections totales de D vers C ;
- $D ⤀ C$: surjections partielles de D vers C ;
- $D \twoheadrightarrow C$: surjections totales de D vers C ;
- $D ⤗ C$: bijections partielles de D sur C ;
- $D ⤖ C$: bijections totales de D sur C.

Méthode B

En méthode B on note :

- $D \pfun C$: fonctions partielles de D vers C ;
- $D \rightarrow C$: fonctions totales de D vers C ;
- $D \pinj C$: injections partielles de D vers C ;
- $D \rightarrowtail C$: injections totales de D vers C ;
- $D \psurj C$: surjections partielles de D vers C ;
- $D \twoheadrightarrow C$: surjections totales de D vers C ;
- $D \pbij C$: bijections partielles de D sur C ;
- $D \bij C$: bijections totales de D sur C.

Méthode B

En méthode B on note :

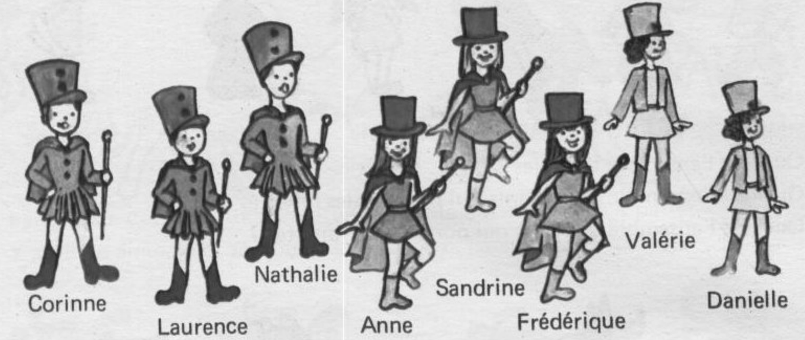
- $D \mathrel{\mapstochar\rightarrow} C$: fonctions partielles de D vers C ;
- $D \rightarrow C$: fonctions totales de D vers C ;
- $D \mathrel{\mapstochar\rightarrowtail} C$: injections partielles de D vers C ;
- $D \rightarrowtail C$: injections totales de D vers C ;
- $D \mathrel{\mapstochar\twoheadrightarrow} C$: surjections partielles de D vers C ;
- $D \twoheadrightarrow C$: surjections totales de D vers C ;
- $D \mathrel{\mapstochar\rightarrowtail\!\!\!\!\rightarrow} C$: bijections partielles de D sur C ;
- $D \rightarrowtail\!\!\!\!\twoheadrightarrow C$: bijections totales de D sur C.

Méthode B

En méthode B on note :

- $D ⇸ C$: fonctions partielles de D vers C ;
- $D \rightarrow C$: fonctions totales de D vers C ;
- $D ⤔ C$: injections partielles de D vers C ;
- $D \rightarrowtail C$: injections totales de D vers C ;
- $D ⤀ C$: surjections partielles de D vers C ;
- $D \twoheadrightarrow C$: surjections totales de D vers C ;
- $D ⤗ C$: bijections partielles de D sur C ;
- $D ⤖ C$: bijections totales de D sur C.

Sommaire



Représente l'ensemble des prénoms des majorettes. Trace les traits fléchés qui signifient : «... est dans le même groupe que ...».