Devoir Surveillé n°2 | CORRIGÉ
BTS domotique 1 | 1 heure

Exercice 1

Déterminez les dérivées de fonctions suivantes en factorisant au maximum les résultats trouvés :

- $f(t) = \cos^3(5t)$

```
factor(diff((cos(5*x))^3),x)
```

$$-15(\cos(5x))^2\sin(5x)$$

- $g(\omega) = \dfrac{(\omega+1)^2}{\omega^2+\omega+1}$

```
factor(diff((x+1)^2/(x^2+x+1)),x)
```

$$\frac{-(x-1)(x+1)}{\left(x^2+x+1\right)^2}$$

- $h(\theta) = -2\theta + 3 - \dfrac{1}{\theta}$

```
factor(diff(-2*x+3-1/x,x))
```

$$\frac{-(x+\frac{\sqrt{2}}{2})(2x-\sqrt{2})}{x^2}$$

- $j(x) = \dfrac{x^2\mathrm{e}^x}{x+1}$

```
factor(diff(x^2*exp(x)/(x+1),x))
```

$$\frac{(x^2+2x+2)xe^x}{(x+1)^2}$$

- $k(x) = (x+1)\mathrm{e}^{-x+1}$

```
factor(diff((x+1)*exp(-x+1),x))
```

$$-xe^{-x+1}$$

- $m(x) = \ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right)$

```
factor(diff(ln((x+1)/(x-1)),x))
```

$$\frac{-2}{(x-1)(x+1)}$$

Exercice 2

Déterminez une équation de la tangente au point d'abscisse a à la courbe représentative $\mathscr{C}$ de la fonction f définie par

$$f : t \mapsto \frac{4t^2}{t^2+1} \qquad a = 2$$

La tangente a pour équation réduite $y = f'(a) \times (x-a) + f(a)$

Il faut calculer $f'(x)$:

```
factor(diff(4*t^2/(t^2+1),t))
```

$$\frac{8t}{\left(t^2+1\right)^2}$$

L'équation s'en déduit

```
simplifier(equation(tangente(graphe(4*x^2/(x^2+1)),2)))
```

$$y = \frac{(16x+48)}{25}$$

Exercice 3

Dans le plan muni d'un repère orthonormé $\left(\mathrm{O}; \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$, on considère la courbe $\mathscr{C}$ représentant une fonction f définie et dérivable sur $[-3;3]$. La droite Δ est tangente à $\mathscr{C}$ au point $\mathrm{A}(-2;0)$ (voir figure ci-dessous).

1. Par lecture graphique, déterminer :

   a) $f(1)$, $f(3)$, $f'(-2)$, $f'(1)$;
   $f(1) = 1,5$, $f(3) = -4$, $f'(-2) = -3$, $f'(1) = 0$.

   b) le signe de $f'(2)$ puis le signe de $f'(0)$.
   $f'(2) < 0$, $f'(0) > 0$

2. Dresser le tableau de signe :

   a) de f ;

x	-3		-2		0		2		3
Signe de $f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

   b) de f'.

x	-3		-1		1		3
Signe de $f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

3. Dresser le tableau de variations de f.

x	-3		-1		1		3
Signe de $f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
Variations de f	4	$\searrow$	$-1,5$	$\nearrow$	$1,5$	$\searrow$	-4