Logique des propositions

INFO1 - Semaines 38 & 39

Guillaume CONNAN

IUT de Nantes - Dpt d'informatique

Dernière mise à jour : 30 septembre 2012

Sommaire

Dr. McCoy : *Mr. Spock, remind me to tell you that I'm sick and tired of your logic.*
Spock : *That is a most illogical attitude.*

Sommaire

- *propositions atomiques.*
- $\bot$
- $\top$
- $\neg$
- $\wedge$
- $\vee$
- $\rightarrow$
- $\leftrightarrow$
- « (» et «) ».

- *propositions atomiques.*
- $\perp$
- $\top$
- $\neg$
- $\wedge$
- $\vee$
- $\longrightarrow$
- $\longleftrightarrow$
- « (» et «) ».

- *propositions atomiques.*
- $\perp$
- $\top$
- $\neg$
- $\wedge$
- $\vee$
- $\rightarrow$
- $\leftrightarrow$
- « (» et «) ».

- *propositions atomiques.*
- $\bot$
- $\top$
- $\neg$
- $\wedge$
- $\vee$
- $\rightarrow$
- $\leftrightarrow$
- « (» et «) ».

- *propositions atomiques*.
- $\perp$
- $\top$
- $\neg$
- $\wedge$
- $\vee$
- $\rightarrow$
- $\leftrightarrow$
- « (» et «) ».

- *propositions atomiques.*
- $\perp$
- $\top$
- $\neg$
- $\wedge$
- $\vee$
- $\longrightarrow$
- $\longleftrightarrow$
- « (» et «) ».

- *propositions atomiques.*
- $\perp$
- $\top$
- $\neg$
- $\wedge$
- $\vee$
- $\rightarrow$
- $\leftrightarrow$
- « (» et «) ».

- *propositions atomiques.*
- $\perp$
- $\top$
- $\neg$
- $\wedge$
- $\vee$
- $\longrightarrow$
- $\longleftrightarrow$
- « (» et «) ».

- *propositions atomiques.*
- $\bot$
- $\top$
- $\neg$
- $\wedge$
- $\vee$
- $\rightarrow$
- $\leftrightarrow$
- « (» et «) ».

L'*ensemble des formules* de la logique propositionnelle est le plus petit ensemble $\mathcal{F}$ tel que :

- $\perp$ est un élément de $\mathcal{F}$;
- toute proposition atomique est un élément de $\mathcal{F}$;
- si $p \in \mathcal{F}$, alors $(\neg p) \in \mathcal{F}$;
- si p et q sont dans $\mathcal{F}$, alors $(p \wedge q)$,$(p \vee q)$,$(p \rightarrow q)$,et $(p \leftrightarrow q)$sont des éléments de $\mathcal{F}$;
- il n'y a pas d'autres expressions bien formées que celles décrites par les règles précédentes.

```
type atom = int;;

type formule =
   |Faux
   |Atomic of atom
   |Non of formule
   |Et of (formule * formule)
   |Ou of (formule * formule)
   |Implique of (formule * formule)
   |Equiv of (formule * formule);;
```

L'*ensemble des formules* de la logique propositionnelle est le plus petit ensemble $\mathcal{F}$ tel que :

- $\bot$ est un élément de $\mathcal{F}$;
- toute proposition atomique est un élément de $\mathcal{F}$;
- si $p \in \mathcal{F}$, alors $(\neg p) \in \mathcal{F}$;
- si p et q sont dans $\mathcal{F}$, alors $(p \wedge q)$,$(p \vee q)$,$(p \rightarrow q)$,et $(p \leftrightarrow q)$sont des éléments de $\mathcal{F}$;
- il n'y a pas d'autres expressions bien formées que celles décrites par les règles précédentes.

```
type atom = int;;

type formule =
   |Faux
   |Atomic of atom
   |Non of formule
   |Et of (formule * formule)
   |Ou of (formule * formule)
   |Implique of (formule * formule)
   |Equiv of (formule * formule);;
```

L'*ensemble des formules* de la logique propositionnelle est le plus petit ensemble $\mathcal{F}$ tel que :

- $\perp$ est un élément de $\mathcal{F}$;
- toute proposition atomique est un élément de $\mathcal{F}$;
- si $p \in \mathcal{F}$, alors $(\neg p) \in \mathcal{F}$;
- si p et q sont dans $\mathcal{F}$, alors $(p \wedge q)$,$(p \vee q)$,$(p \rightarrow q)$,et $(p \leftrightarrow q)$sont des éléments de $\mathcal{F}$;
- il n'y a pas d'autres expressions bien formées que celles décrites par les règles précédentes.

```
type atom = int;;

type formule =
  |Faux
  |Atomic of atom
  |Non of formule
  |Et of (formule * formule)
  |Ou of (formule * formule)
  |Implique of (formule * formule)
  |Equiv of (formule * formule);;
```

L'*ensemble des formules* de la logique propositionnelle est le plus petit ensemble $\mathcal{F}$ tel que :

- $\perp$ est un élément de $\mathcal{F}$;
- toute proposition atomique est un élément de $\mathcal{F}$;
- si $p \in \mathcal{F}$, alors $(\neg p) \in \mathcal{F}$;
- si p et q sont dans $\mathcal{F}$, alors $(p \wedge q)$, $(p \vee q)$, $(p \rightarrow q)$, et $(p \leftrightarrow q)$ sont des éléments de $\mathcal{F}$;
- il n'y a pas d'autres expressions bien formées que celles décrites par les règles précédentes.

```
type atom = int;;

type formule =
   |Faux
   |Atomic of atom
   |Non of formule
   |Et of (formule * formule)
   |Ou of (formule * formule)
   |Implique of (formule * formule)
   |Equiv of (formule * formule);;
```

L'*ensemble des formules* de la logique propositionnelle est le plus petit ensemble $\mathcal{F}$ tel que :

- $\perp$ est un élément de $\mathcal{F}$;
- toute proposition atomique est un élément de $\mathcal{F}$;
- si $p \in \mathcal{F}$, alors $(\neg p) \in \mathcal{F}$;
- si p et q sont dans $\mathcal{F}$, alors $(p \wedge q)$,$(p \vee q)$,$(p \rightarrow q)$,et $(p \leftrightarrow q)$sont des éléments de $\mathcal{F}$;
- il n'y a pas d'autres expressions bien formées que celles décrites par les règles précédentes.

```
type atom = int;;

type formule =
   |Faux
   |Atomic of atom
   |Non of formule
   |Et of (formule * formule)
   |Ou of (formule * formule)
   |Implique of (formule * formule)
   |Equiv of (formule * formule);;
```

L'*ensemble des formules* de la logique propositionnelle est le plus petit ensemble $\mathcal{F}$ tel que :

- $\bot$ est un élément de $\mathcal{F}$;
- toute proposition atomique est un élément de $\mathcal{F}$;
- si $p \in \mathcal{F}$, alors $(\neg p) \in \mathcal{F}$;
- si p et q sont dans $\mathcal{F}$, alors $(p \wedge q)$,$(p \vee q)$,$(p \to q)$,et $(p \leftrightarrow q)$sont des éléments de $\mathcal{F}$;
- il n'y a pas d'autres expressions bien formées que celles décrites par les règles précédentes.

```
type atom = int;;

type formule =
   |Faux
   |Atomic of atom
   |Non of formule
   |Et of (formule * formule)
   |Ou of (formule * formule)
   |Implique of (formule * formule)
   |Equiv of (formule * formule);;
```

L'*ensemble des formules* de la logique propositionnelle est le plus petit ensemble $\mathcal{F}$ tel que :

- $\perp$ est un élément de $\mathcal{F}$;
- toute proposition atomique est un élément de $\mathcal{F}$;
- si $p \in \mathcal{F}$, alors $(\neg p) \in \mathcal{F}$;
- si p et q sont dans $\mathcal{F}$, alors $(p \wedge q)$,$(p \vee q)$,$(p \rightarrow q)$,et $(p \leftrightarrow q)$sont des éléments de $\mathcal{F}$;
- il n'y a pas d'autres expressions bien formées que celles décrites par les règles précédentes.

```
type atom = int;;

type formule =
   |Faux
   |Atomic of atom
   |Non of formule
   |Et of (formule * formule)
   |Ou of (formule * formule)
   |Implique of (formule * formule)
   |Equiv of (formule * formule);;
```

L'*ensemble des formules* de la logique propositionnelle est le plus petit ensemble $\mathcal{F}$ tel que :

- $\perp$ est un élément de $\mathcal{F}$;
- toute proposition atomique est un élément de $\mathcal{F}$;
- si $p \in \mathcal{F}$, alors $(\neg p) \in \mathcal{F}$;
- si p et q sont dans $\mathcal{F}$, alors $(p \wedge q)$,$(p \vee q)$,$(p \rightarrow q)$,et $(p \leftrightarrow q)$sont des éléments de $\mathcal{F}$;
- il n'y a pas d'autres expressions bien formées que celles décrites par les règles précédentes.

```
type atom = int;;

type formule =
  |Faux
  |Atomic of atom
  |Non of formule
  |Et of (formule * formule)
  |Ou of (formule * formule)
  |Implique of (formule * formule)
  |Equiv of (formule * formule);;
```

L'*ensemble des formules* de la logique propositionnelle est le plus petit ensemble $\mathcal{F}$ tel que :

- $\perp$ est un élément de $\mathcal{F}$;
- toute proposition atomique est un élément de $\mathcal{F}$;
- si $p \in \mathcal{F}$, alors $(\neg p) \in \mathcal{F}$;
- si p et q sont dans $\mathcal{F}$, alors $(p \wedge q)$,$(p \vee q)$,$(p \rightarrow q)$,et $(p \leftrightarrow q)$sont des éléments de $\mathcal{F}$;
- il n'y a pas d'autres expressions bien formées que celles décrites par les règles précédentes.

```
type atom = int;;

type formule =
   |Faux
   |Atomic of atom
   |Non of formule
   |Et of (formule * formule)
   |Ou of (formule * formule)
   |Implique of (formule * formule)
   |Equiv of (formule * formule);;
```

L'*ensemble des formules* de la logique propositionnelle est le plus petit ensemble $\mathcal{F}$ tel que :

- $\perp$ est un élément de $\mathcal{F}$;
- toute proposition atomique est un élément de $\mathcal{F}$;
- si $p \in \mathcal{F}$, alors $(\neg p) \in \mathcal{F}$;
- si p et q sont dans $\mathcal{F}$, alors $(p \wedge q)$,$(p \vee q)$,$(p \rightarrow q)$,et $(p \leftrightarrow q)$sont des éléments de $\mathcal{F}$;
- il n'y a pas d'autres expressions bien formées que celles décrites par les règles précédentes.

```
type atom = int;;

type formule =
   |Faux
   |Atomic of atom
   |Non of formule
   |Et of (formule * formule)
   |Ou of (formule * formule)
   |Implique of (formule * formule)
   |Equiv of (formule * formule);;
```

priorités

- $\neg$ est prioritaire sur les autres opérateurs ;
- $\vee$ et $\wedge$ sont prioritaires sur $\rightarrow$ et $\leftrightarrow$.

Mais attention ! $p \vee q \wedge r$ est ambigu.

priorités

- $\neg$ est prioritaire sur les autres opérateurs ;
- $\vee$ et $\wedge$ sont prioritaires sur $\rightarrow$ et $\leftrightarrow$.

Mais attention ! $p \vee q \wedge r$ est ambigu.

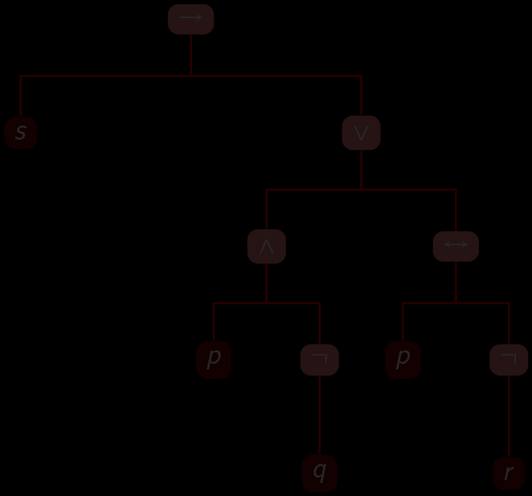
connecteurs

Remarque

Il y a bien plus de connecteurs logiques que ceux évoqués ici. En fait, un connecteur logique est une fonction totale de $\mathcal{B}_2^n$ dans $\mathcal{B}_2$. On dit que n est son *arité*. Par exemple, $\neg$ est un connecteur d'arité 1 et $\wedge$ est un connecteur d'arité 2.

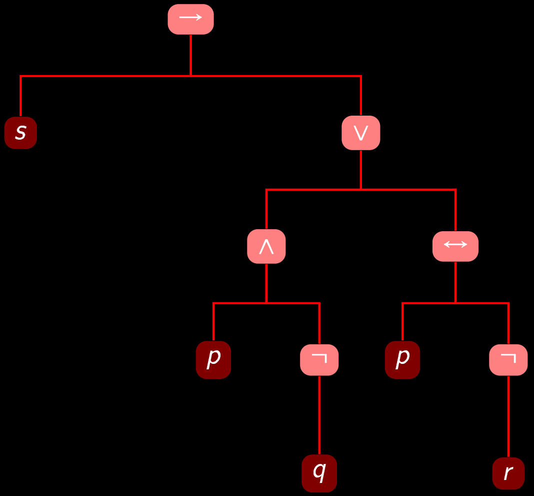
arbres

$s \rightarrow ((p \wedge (\neg q)) \vee (p \leftrightarrow (\neg r)))$



arbres

$s \rightarrow ((p \wedge (\neg q)) \vee (p \leftrightarrow (\neg r)))$



Démonstration par induction

Théorème 1

Si une propriété P portant sur les formules de $\mathcal{F}$ est telle que :

- *toute variable propositionnelle vérifie P ;*
- *$\perp$ vérifie P ;*
- *si la formule p vérifie P, alors $(\neg p)$ vérifie P ;*
- *si p et q vérifient P, alors $(p \vee q)$, $(p \wedge q)$, $(p \rightarrow q)$ et $(p \leftrightarrow q)$ vérifient P ;*

alors toutes les formules de $\mathcal{F}$ vérifient P.

Démonstration par induction

Théorème 1

Si une propriété P portant sur les formules de $\mathcal{F}$ est telle que :

- *toute variable propositionnelle vérifie P ;*
- *$\perp$ vérifie P ;*
- *si la formule p vérifie P, alors $(\neg p)$ vérifie P ;*
- *si p et q vérifient P, alors $(p \vee q)$, $(p \wedge q)$, $(p \rightarrow q)$ et $(p \leftrightarrow q)$ vérifient P ;*

alors toutes les formules de $\mathcal{F}$ vérifient P.

Démonstration par induction

Théorème 1

Si une propriété P portant sur les formules de $\mathcal{F}$ est telle que :

- *toute variable propositionnelle vérifie P ;*
- *$\perp$ vérifie P ;*
- *si la formule p vérifie P, alors $(\neg p)$ vérifie P ;*
- *si p et q vérifient P, alors $(p \vee q)$, $(p \wedge q)$, $(p \rightarrow q)$ et $(p \leftrightarrow q)$ vérifient P ;*

alors toutes les formules de $\mathcal{F}$ vérifient P.

Démonstration par induction

Théorème 1

Si une propriété P portant sur les formules de $\mathcal{F}$ est telle que :

- *toute variable propositionnelle vérifie P ;*
- *$\perp$ vérifie P ;*
- *si la formule p vérifie P, alors $(\neg p)$ vérifie P ;*
- *si p et q vérifient P, alors $(p \vee q)$, $(p \wedge q)$, $(p \rightarrow q)$ et $(p \leftrightarrow q)$ vérifient P ;*

alors toutes les formules de $\mathcal{F}$ vérifient P.

Démonstration par induction

Théorème 1

Si une propriété P portant sur les formules de $\mathcal{F}$ est telle que :

- *toute variable propositionnelle vérifie P ;*
- *$\perp$ vérifie P ;*
- *si la formule p vérifie P, alors $(\neg p)$ vérifie P ;*
- *si p et q vérifient P, alors $(p \vee q)$, $(p \wedge q)$, $(p \rightarrow q)$ et $(p \leftrightarrow q)$ vérifient P ;*

alors toutes les formules de $\mathcal{F}$ vérifient P.

Exemple 1

Toute formule de $\mathcal{F}$ a autant de parenthèses ouvrantes que de parenthèses fermantes.

Démonstration par induction

Théorème 1

Si une propriété P portant sur les formules de $\mathcal{F}$ est telle que :

- *toute variable propositionnelle vérifie P ;*
- *$\perp$ vérifie P ;*
- *si la formule p vérifie P, alors $(\neg p)$ vérifie P ;*
- *si p et q vérifient P, alors $(p \vee q)$, $(p \wedge q)$, $(p \rightarrow q)$ et $(p \leftrightarrow q)$ vérifient P ;*

alors toutes les formules de $\mathcal{F}$ vérifient P.

Exercice 1

Toute formule de $\mathcal{F}$ a autant de parenthèses ouvrantes que de parenthèses fermantes.

Démonstration par induction

Théorème 1

Si une propriété P portant sur les formules de $\mathcal{F}$ est telle que :

- *toute variable propositionnelle vérifie P ;*
- *$\perp$ vérifie P ;*
- *si la formule p vérifie P, alors $(\neg p)$ vérifie P ;*
- *si p et q vérifient P, alors $(p \vee q)$, $(p \wedge q)$, $(p \rightarrow q)$ et $(p \leftrightarrow q)$ vérifient P ;*

alors toutes les formules de $\mathcal{F}$ vérifient P.

Exercice 1

Toute formule de $\mathcal{F}$ a autant de parenthèses ouvrantes que de parenthèses fermantes.

Sous-formules

Exercice 2

$s \rightarrow ((p \wedge (\neg q)) \vee (p \leftrightarrow (\neg r)))$

fonction booléenne

Exemple 2

$$f : \begin{array}{rcl} \mathcal{B}_2^3 & \longrightarrow & \mathcal{B}_2 \\ (p,q,r) & \longmapsto & s \rightarrow ((p \wedge (\neg q)) \vee (p \leftrightarrow (\neg r))) \end{array}$$

Sommaire

Valeurs sous un environnement

Définition 3

Une *distribution de vérité* (ou *environnement* ou *interprétation propositionnelle*) est une fonction totale v des variables atomiques de $\mathcal{F}$ dans $\mathcal{B}_2$.

Valeur sous un environnement

- $\mathrm{Val}(\bot, v) = 0$;
- si p est une variable atomique alors $\mathrm{Val}(p, v) = v(p)$;
- $\mathrm{Val}(\neg p, v) = 1$ ssi, $\mathrm{Val}(p, v) = 0$

$f = (p \wedge (q \vee r))$ et $\langle v(p) = 1, v(q) = 0, v(r) = 1 \rangle$: $\mathrm{Val}(f, v)$?

Valeur sous un environnement

- $\mathrm{Val}(\bot, v) = 0$;
- si p est une variable atomique alors $\mathrm{Val}(p, v) = v(p)$;
- $\mathrm{Val}(\neg p, v) = 1$ ssi, $\mathrm{Val}(p, v) = 0$ (NÉGATION) ;
- $\mathrm{Val}(p \wedge q, v) = 1$ ssi $\mathrm{Val}(p, v) = \mathrm{Val}(q, v) = 1$

$f = (p \wedge (q \vee r))$ et $\langle v(p) = 1, v(q) = 0, v(r) = 1 \rangle$: $\mathrm{Val}(f, v)$?

Valeur sous un environnement

- $\mathrm{Val}(\perp, v) = 0$;
- si p est une variable atomique alors $\mathrm{Val}(p, v) = v(p)$;
- $\mathrm{Val}(\neg p, v) = 1$ ssi, $\mathrm{Val}(p, v) = 0$ (NÉGATION) ;

$f = (p \wedge (q \vee r))$ et $\langle v(p) = 1, v(q) = 0, v(r) = 1 \rangle$: $\mathrm{Val}(f, v)$?

Valeur sous un environnement

- $\mathrm{Val}(\perp, v) = 0$;
- si p est une variable atomique alors $\mathrm{Val}(p, v) = v(p)$;
- $\mathrm{Val}(\neg p, v) = 1$ ssi, $\mathrm{Val}(p, v) = 0$ (NÉGATION) ;
- $\mathrm{Val}(p \wedge q, v) = 1$ ssi $\mathrm{Val}(p, v) =$ $\mathrm{Val}(q, v) = 1$ (CONJONCTION) ;
- $\mathrm{Val}(p \vee q, v) = 0$ ssi, $\mathrm{Val}(p, v) =$ $\mathrm{Val}(q, v) = 0$

$f = (p \wedge (q \vee r))$ et $\langle v(p) = 1, v(q) = 0, v(r) = 1 \rangle$: $\mathrm{Val}(f, v)$?

Valeur sous un environnement

- $\mathrm{Val}(\bot, v) = 0$;
- si p est une variable atomique alors $\mathrm{Val}(p, v) = v(p)$;
- $\mathrm{Val}(\neg p, v) = 1$ ssi, $\mathrm{Val}(p, v) = 0$ (NÉGATION) ;
- $\mathrm{Val}(p \wedge q, v) = 1$ ssi $\mathrm{Val}(p, v) =$ $\mathrm{Val}(q, v) = 1$ (CONJONCTION) ;
- $\mathrm{Val}(p \vee q, v) = 0$ ssi, $\mathrm{Val}(p, v) =$ $\mathrm{Val}(q, v) = 0$

$f = (p \wedge (q \vee r))$ et $\langle v(p) = 1, v(q) = 0, v(r) = 1 \rangle$: $\mathrm{Val}(f, v)$?

Valeur sous un environnement

- $\mathrm{Val}(\perp, v) = 0$;
- si p est une variable atomique alors $\mathrm{Val}(p, v) = v(p)$;
- $\mathrm{Val}(\neg p, v) = 1$ ssi, $\mathrm{Val}(p, v) = 0$ (NÉGATION) ;
- $\mathrm{Val}(p \wedge q, v) = 1$ ssi $\mathrm{Val}(p, v) =$ $\mathrm{Val}(q, v) = 1$ (CONJONCTION) ;
- $\mathrm{Val}(p \vee q, v) = 0$ ssi, $\mathrm{Val}(p, v) =$ $\mathrm{Val}(q, v) = 0$ (DISJONCTION) ;
- $\mathrm{Val}(p \rightarrow q, v) = 0$ ssi, $\mathrm{Val}(p, v) = 1$ et $\mathrm{Val}(q, v) = 0$

$f = (p \wedge (q \vee r))$ et $\langle v(p) = 1, v(q) = 0, v(r) = 1 \rangle$: $\mathrm{Val}(f, v)$?

Valeur sous un environnement

- $\mathrm{Val}(\perp, v) = 0$;
- si p est une variable atomique alors $\mathrm{Val}(p, v) = v(p)$;
- $\mathrm{Val}(\neg p, v) = 1$ ssi, $\mathrm{Val}(p, v) = 0$ (NÉGATION) ;
- $\mathrm{Val}(p \wedge q, v) = 1$ ssi $\mathrm{Val}(p, v) = \mathrm{Val}(q, v) = 1$ (CONJONCTION) ;
- $\mathrm{Val}(p \vee q, v) = 0$ ssi, $\mathrm{Val}(p, v) = \mathrm{Val}(q, v) = 0$ (DISJONCTION) ;
- $\mathrm{Val}(p \to q, v) = 0$ ssi, $\mathrm{Val}(p, v) = 1$ et $\mathrm{Val}(q, v) = 0$

$f = (p \wedge (q \vee r))$ et $\langle v(p) = 1, v(q) = 0, v(r) = 1 \rangle$: $\mathrm{Val}(f, v)$?

Valeur sous un environnement

- $\text{Val}(\bot, v) = 0$;
- si p est une variable atomique alors $\text{Val}(p, v) = v(p)$;
- $\text{Val}(\neg p, v) = 1$ ssi, $\text{Val}(p, v) = 0$ (NÉGATION) ;
- $\text{Val}(p \wedge q, v) = 1$ ssi $\text{Val}(p, v) = \text{Val}(q, v) = 1$ (CONJONCTION) ;
- $\text{Val}(p \vee q, v) = 0$ ssi, $\text{Val}(p, v) = \text{Val}(q, v) = 0$ (DISJONCTION) ;
- $\text{Val}(p \rightarrow q, v) = 0$ ssi, $\text{Val}(p, v) = 1$ et $\text{Val}(q, v) = 0$ (IMPLICATION) ;
- $\text{Val}(p \leftrightarrow q, v) = 1$ ssi, $\text{Val}(p, v) = \text{Val}(q, v)$

$f = (p \wedge (q \vee r))$ et $\langle v(p) = 1, v(q) = 0, v(r) = 1 \rangle$: $\text{Val}(f, v)$?

Valeur sous un environnement

- $\mathrm{Val}(\perp, v) = 0$;
- si p est une variable atomique alors $\mathrm{Val}(p, v) = v(p)$;
- $\mathrm{Val}(\neg p, v) = 1$ ssi, $\mathrm{Val}(p, v) = 0$ (NÉGATION) ;
- $\mathrm{Val}(p \wedge q, v) = 1$ ssi $\mathrm{Val}(p, v) = \mathrm{Val}(q, v) = 1$ (CONJONCTION) ;
- $\mathrm{Val}(p \vee q, v) = 0$ ssi, $\mathrm{Val}(p, v) = \mathrm{Val}(q, v) = 0$ (DISJONCTION) ;
- $\mathrm{Val}(p \rightarrow q, v) = 0$ ssi, $\mathrm{Val}(p, v) = 1$ et $\mathrm{Val}(q, v) = 0$ (IMPLICATION) ;
- $\mathrm{Val}(p \leftrightarrow q, v) = 1$ ssi, $\mathrm{Val}(p, v) = \mathrm{Val}(q, v)$

$f = (p \wedge (q \vee r))$ et $\langle v(p) = 1, v(q) = 0, v(r) = 1 \rangle$: $\mathrm{Val}(f, v)$?

Valeur sous un environnement

- $\mathrm{Val}(\perp, v) = 0$;
- si p est une variable atomique alors $\mathrm{Val}(p, v) = v(p)$;
- $\mathrm{Val}(\neg p, v) = 1$ ssi, $\mathrm{Val}(p, v) = 0$ (NÉGATION) ;
- $\mathrm{Val}(p \wedge q, v) = 1$ ssi $\mathrm{Val}(p, v) = \mathrm{Val}(q, v) = 1$ (CONJONCTION) ;
- $\mathrm{Val}(p \vee q, v) = 0$ ssi, $\mathrm{Val}(p, v) = \mathrm{Val}(q, v) = 0$ (DISJONCTION) ;
- $\mathrm{Val}(p \rightarrow q, v) = 0$ ssi, $\mathrm{Val}(p, v) = 1$ et $\mathrm{Val}(q, v) = 0$ (IMPLICATION) ;
- $\mathrm{Val}(p \leftrightarrow q, v) = 1$ ssi, $\mathrm{Val}(p, v) = \mathrm{Val}(q, v)$ (ÉQUIVALENCE) ;

$f = (p \wedge (q \vee r))$ et $\langle v(p) = 1, v(q) = 0, v(r) = 1 \rangle$: $\mathrm{Val}(f, v)$?

Valeur sous un environnement

- $\mathrm{Val}(\perp, v) = 0$;
- si p est une variable atomique alors $\mathrm{Val}(p, v) = v(p)$;
- $\mathrm{Val}(\neg p, v) = 1$ ssi, $\mathrm{Val}(p, v) = 0$ (NÉGATION) ;
- $\mathrm{Val}(p \wedge q, v) = 1$ ssi $\mathrm{Val}(p, v) = \mathrm{Val}(q, v) = 1$ (CONJONCTION) ;
- $\mathrm{Val}(p \vee q, v) = 0$ ssi, $\mathrm{Val}(p, v) = \mathrm{Val}(q, v) = 0$ (DISJONCTION) ;
- $\mathrm{Val}(p \rightarrow q, v) = 0$ ssi, $\mathrm{Val}(p, v) = 1$ et $\mathrm{Val}(q, v) = 0$ (IMPLICATION) ;
- $\mathrm{Val}(p \leftrightarrow q, v) = 1$ ssi, $\mathrm{Val}(p, v) = \mathrm{Val}(q, v)$ (ÉQUIVALENCE),

$f = (p \wedge (q \vee r))$ et $\langle v(p) = 1, v(q) = 0, v(r) = 1 \rangle$: $\mathrm{Val}(f, v)$?

Valeur sous un environnement

- $\text{Val}(\perp, v) = 0$;
- si p est une variable atomique alors $\text{Val}(p, v) = v(p)$;
- $\text{Val}(\neg p, v) = 1$ ssi, $\text{Val}(p, v) = 0$ (NÉGATION) ;
- $\text{Val}(p \wedge q, v) = 1$ ssi $\text{Val}(p, v) =$ $\text{Val}(q, v) = 1$ (CONJONCTION) ;
- $\text{Val}(p \vee q, v) = 0$ ssi, $\text{Val}(p, v) =$ $\text{Val}(q, v) = 0$ (DISJONCTION) ;
- $\text{Val}(p \rightarrow q, v) = 0$ ssi, $\text{Val}(p, v) = 1$ et $\text{Val}(q, v) = 0$ (IMPLICATION) ;
- $\text{Val}(p \leftrightarrow q, v) = 1$ ssi, $\text{Val}(p, v) =$ $\text{Val}(q, v)$ (ÉQUIVALENCE),

$f = (p \wedge (q \vee r))$ et $\langle v(p) = 1, v(q) = 0, v(r) = 1 \rangle$: $\text{Val}(f, v)$?

Valeur sous un environnement

- $\text{Val}(\bot, v) = 0$;
- si p est une variable atomique alors $\text{Val}(p, v) = v(p)$;
- $\text{Val}(\neg p, v) = 1$ ssi, $\text{Val}(p, v) = 0$ (NÉGATION) ;
- $\text{Val}(p \wedge q, v) = 1$ ssi $\text{Val}(p, v) = \text{Val}(q, v) = 1$ (CONJONCTION) ;
- $\text{Val}(p \vee q, v) = 0$ ssi, $\text{Val}(p, v) = \text{Val}(q, v) = 0$ (DISJONCTION) ;
- $\text{Val}(p \rightarrow q, v) = 0$ ssi, $\text{Val}(p, v) = 1$ et $\text{Val}(q, v) = 0$ (IMPLICATION) ;
- $\text{Val}(p \leftrightarrow q, v) = 1$ ssi, $\text{Val}(p, v) = \text{Val}(q, v)$ (ÉQUIVALENCE),

$f = (p \wedge (q \vee r))$ et $\langle v(p) = 1, v(q) = 0, v(r) = 1 \rangle$: $\text{Val}(f, v)$?

Valeur sous un environnement

- $\text{Val}(\perp, v) = 0$;
- si p est une variable atomique alors $\text{Val}(p, v) = v(p)$;
- $\text{Val}(\neg p, v) = 1$ ssi, $\text{Val}(p, v) = 0$ (NÉGATION) ;
- $\text{Val}(p \wedge q, v) = 1$ ssi $\text{Val}(p, v) = \text{Val}(q, v) = 1$ (CONJONCTION) ;
- $\text{Val}(p \vee q, v) = 0$ ssi, $\text{Val}(p, v) = \text{Val}(q, v) = 0$ (DISJONCTION) ;
- $\text{Val}(p \rightarrow q, v) = 0$ ssi, $\text{Val}(p, v) = 1$ et $\text{Val}(q, v) = 0$ (IMPLICATION) ;
- $\text{Val}(p \leftrightarrow q, v) = 1$ ssi, $\text{Val}(p, v) = \text{Val}(q, v)$ (ÉQUIVALENCE),

$f = (p \wedge (q \vee r))$ et $\langle v(p) = 1, v(q) = 0, v(r) = 1 \rangle$: $\text{Val}(f, v)$?

Valeur sous un environnement

- $\text{Val}(\perp, v) = 0$;
- si p est une variable atomique alors $\text{Val}(p, v) = v(p)$;
- $\text{Val}(\neg p, v) = 1$ ssi, $\text{Val}(p, v) = 0$ (NÉGATION) ;
- $\text{Val}(p \wedge q, v) = 1$ ssi $\text{Val}(p, v) = \text{Val}(q, v) = 1$ (CONJONCTION) ;
- $\text{Val}(p \vee q, v) = 0$ ssi, $\text{Val}(p, v) = \text{Val}(q, v) = 0$ (DISJONCTION) ;
- $\text{Val}(p \rightarrow q, v) = 0$ ssi, $\text{Val}(p, v) = 1$ et $\text{Val}(q, v) = 0$ (IMPLICATION) ;
- $\text{Val}(p \leftrightarrow q, v) = 1$ ssi, $\text{Val}(p, v) = \text{Val}(q, v)$ (ÉQUIVALENCE),

$f = (p \wedge (q \vee r))$ et $\langle v(p) = 1, v(q) = 0, v(r) = 1 \rangle$: $\text{Val}(f, v)$?

Valeur sous un environnement

- $\text{Val}(\bot, v) = 0$;
- si p est une variable atomique alors $\text{Val}(p, v) = v(p)$;
- $\text{Val}(\neg p, v) = 1$ ssi, $\text{Val}(p, v) = 0$ (NÉGATION) ;
- $\text{Val}(p \wedge q, v) = 1$ ssi $\text{Val}(p, v) = \text{Val}(q, v) = 1$ (CONJONCTION) ;
- $\text{Val}(p \vee q, v) = 0$ ssi, $\text{Val}(p, v) = \text{Val}(q, v) = 0$ (DISJONCTION) ;
- $\text{Val}(p \rightarrow q, v) = 0$ ssi, $\text{Val}(p, v) = 1$ et $\text{Val}(q, v) = 0$ (IMPLICATION) ;
- $\text{Val}(p \leftrightarrow q, v) = 1$ ssi, $\text{Val}(p, v) = \text{Val}(q, v)$ (ÉQUIVALENCE),

$f = (p \wedge (q \vee r))$ et $\langle v(p) = 1, v(q) = 0, v(r) = 1 \rangle$: $\text{Val}(f, v)$?

Tables de vérité

$p \vee (\neg q \rightarrow p)$

p	q	$\neg q$	$\neg q \rightarrow p$	$p \vee (\neg q \rightarrow p)$
1	1	0	1	1
1	0	1	1	1
0	1	0	1	1
0	0	1	0	0

modèle - satisfiable - tautologie - insatisfiable

Tables de vérité

$p \vee (\neg q \rightarrow p)$

p	q	$\neg q$	$\neg q \rightarrow p$	$p \vee (\neg q \rightarrow p)$
1	1	0	1	1
1	0	1	1	1
0	1	0	1	1
0	0	1	0	0

modèle - satisfiable - tautologie - insatisfiable

Tables de vérité

$p \vee (\neg q \rightarrow p)$

p	q	$\neg q$	$\neg q \rightarrow p$	$p \vee (\neg q \rightarrow p)$
1	1	0	1	1
1	0	1	1	1
0	1	0	1	1
0	0	1	0	0

modèle - satisfiable - tautologie - insatisfiable

Tables de vérité

$p \vee (\neg q \rightarrow p)$

p	q	$\neg q$	$\neg q \rightarrow p$	$p \vee (\neg q \rightarrow p)$
1	1	0	1	1
1	0	1	1	1
0	1	0	1	1
0	0	1	0	0

modèle - satisfiable - tautologie - insatisfiable

Tables de vérité

$p \vee (\neg q \rightarrow p)$

p	q	$\neg q$	$\neg q \rightarrow p$	$p \vee (\neg q \rightarrow p)$
1	1	0	1	1
1	0	1	1	1
0	1	0	1	1
0	0	1	0	0

modèle - satisfiable - tautologie - insatisfiable

Tables de vérité

$p \vee (\neg q \rightarrow p)$

p	q	$\neg q$	$\neg q \rightarrow p$	$p \vee (\neg q \rightarrow p)$
1	1	0	1	1
1	0	1	1	1
0	1	0	1	1
0	0	1	0	0

modèle - satisfiable - tautologie - insatisfiable

Tables de vérité

$p \vee (\neg q \rightarrow p)$

p	q	$\neg q$	$\neg q \rightarrow p$	$p \vee (\neg q \rightarrow p)$
1	1	0	1	1
1	0	1	1	1
0	1	0	1	1
0	0	1	0	0

modèle - satisfiable - tautologie - insatisfiable

Tables de vérité

$p \vee (\neg q \rightarrow p)$

p	q	$\neg q$	$\neg q \rightarrow p$	$p \vee (\neg q \rightarrow p)$
1	1	0	1	1
1	0	1	1	1
0	1	0	1	1
0	0	1	0	0

modèle - satisfiable - tautologie - insatisfiable

Tables de vérité

$p \vee (\neg q \rightarrow p)$

p	q	$\neg q$	$\neg q \rightarrow p$	$p \vee (\neg q \rightarrow p)$
1	1	0	1	1
1	0	1	1	1
0	1	0	1	1
0	0	1	0	0

modèle - satisfiable - tautologie - insatisfiable

Tables de vérité

$p \vee (\neg q \rightarrow p)$

p	q	$\neg q$	$\neg q \rightarrow p$	$p \vee (\neg q \rightarrow p)$
1	1	0	1	1
1	0	1	1	1
0	1	0	1	1
0	0	1	0	0

modèle - satisfiable - tautologie - insatisfiable

Tables de vérité

$p \vee (\neg q \rightarrow p)$

p	q	$\neg q$	$\neg q \rightarrow p$	$p \vee (\neg q \rightarrow p)$
1	1	0	1	1
1	0	1	1	1
0	1	0	1	1
0	0	1	0	0

modèle - satisfiable - tautologie - insatisfiable

Tables de vérité

$p \lor (\neg q \to p)$

p	q	$\neg q$	$\neg q \to p$	$p \lor (\neg q \to p)$
1	1	0	1	1
1	0	1	1	1
0	1	0	1	1
0	0	1	0	0

modèle - satisfiable - tautologie - insatisfiable

Tables de vérité

$p \vee (\neg q \rightarrow p)$

p	q	$\neg q$	$\neg q \rightarrow p$	$p \vee (\neg q \rightarrow p)$
1	1	0	1	1
1	0	1	1	1
0	1	0	1	1
0	0	1	0	0

modèle - satisfiable - tautologie - insatisfiable

Tables de vérité

$p \vee (\neg q \rightarrow p)$

p	q	$\neg q$	$\neg q \rightarrow p$	$p \vee (\neg q \rightarrow p)$
1	1	0	1	1
1	0	1	1	1
0	1	0	1	1
0	0	1	0	0

modèle - satisfiable - tautologie - insatisfiable

Tables de vérité

$p \vee (\neg q \rightarrow p)$

p	q	$\neg q$	$\neg q \rightarrow p$	$p \vee (\neg q \rightarrow p)$
1	1	0	1	1
1	0	1	1	1
0	1	0	1	1
0	0	1	0	0

modèle - satisfiable - tautologie - insatisfiable

Tables de vérité

$p \vee (\neg q \rightarrow p)$

p	q	$\neg q$	$\neg q \rightarrow p$	$p \vee (\neg q \rightarrow p)$
1	1	0	1	1
1	0	1	1	1
0	1	0	1	1
0	0	1	0	0

modèle - satisfiable - tautologie - insatisfiable

Tables de vérité

$p \vee (\neg q \to p)$

p	q	$\neg q$	$\neg q \to p$	$p \vee (\neg q \to p)$
1	1	0	1	1
1	0	1	1	1
0	1	0	1	1
0	0	1	0	0

modèle - satisfiable - tautologie - insatisfiable

Tables de vérité

$p \vee (\neg q \rightarrow p)$

p	q	$\neg q$	$\neg q \rightarrow p$	$p \vee (\neg q \rightarrow p)$
1	1	0	1	1
1	0	1	1	1
0	1	0	1	1
0	0	1	0	0

modèle - satisfiable - tautologie - insatisfiable

Tables de vérité

$p \vee (\neg q \rightarrow p)$

p	q	$\neg q$	$\neg q \rightarrow p$	$p \vee (\neg q \rightarrow p)$
1	1	0	1	1
1	0	1	1	1
0	1	0	1	1
0	0	1	0	0

modèle - satisfiable - tautologie - insatisfiable

Tables de vérité

$p \vee (\neg q \rightarrow p)$

p	q	$\neg q$	$\neg q \rightarrow p$	$p \vee (\neg q \rightarrow p)$
1	1	0	1	1
1	0	1	1	1
0	1	0	1	1
0	0	1	0	0

modèle - satisfiable - tautologie - insatisfiable

Tables de vérité

$p \vee (\neg q \rightarrow p)$

p	q	$\neg q$	$\neg q \rightarrow p$	$p \vee (\neg q \rightarrow p)$
1	1	0	1	1
1	0	1	1	1
0	1	0	1	1
0	0	1	0	0

modèle - satisfiable - tautologie - insatisfiable

Tables de vérité

$p \vee (\neg q \rightarrow p)$

p	q	$\neg q$	$\neg q \rightarrow p$	$p \vee (\neg q \rightarrow p)$
1	1	0	1	1
1	0	1	1	1
0	1	0	1	1
0	0	1	0	0

modèle - satisfiable - tautologie - insatisfiable

Tables de vérité

$p \vee (\neg q \rightarrow p)$

p	q	$\neg q$	$\neg q \rightarrow p$	$p \vee (\neg q \rightarrow p)$
1	1	0	1	1
1	0	1	1	1
0	1	0	1	1
0	0	1	0	0

modèle - satisfiable - tautologie - insatisfiable

Tables de vérité

$p \vee (\neg q \rightarrow p)$

p	q	$\neg q$	$\neg q \rightarrow p$	$p \vee (\neg q \rightarrow p)$
1	1	0	1	1
1	0	1	1	1
0	1	0	1	1
0	0	1	0	0

modèle - satisfiable - tautologie - insatisfiable

Tables de vérité

$p \lor (\neg q \rightarrow p)$

p	q	$\neg q$	$\neg q \rightarrow p$	$p \lor (\neg q \rightarrow p)$
1	1	0	1	1
1	0	1	1	1
0	1	0	1	1
0	0	1	0	0

modèle - satisfiable - tautologie - insatisfiable

Tables de vérité

$p \vee (\neg q \rightarrow p)$

p	q	$\neg q$	$\neg q \rightarrow p$	$p \vee (\neg q \rightarrow p)$
1	1	0	1	1
1	0	1	1	1
0	1	0	1	1
0	0	1	0	0

modèle - satisfiable - tautologie - insatisfiable

Tables de vérité

$p \vee (\neg q \rightarrow p)$

p	q	$\neg q$	$\neg q \rightarrow p$	$p \vee (\neg q \rightarrow p)$
1	1	0	1	1
1	0	1	1	1
0	1	0	1	1
0	0	1	0	0

modèle - satisfiable - tautologie - insatisfiable

Tables de vérité

$p \vee (\neg q \rightarrow p)$

p	q	$\neg q$	$\neg q \rightarrow p$	$p \vee (\neg q \rightarrow p)$
1	1	0	1	1
1	0	1	1	1
0	1	0	1	1
0	0	1	0	0

modèle - satisfiable - tautologie - insatisfiable

Tables de vérité

$p \lor (\neg q \to p)$

p	q	$\neg q$	$\neg q \to p$	$p \lor (\neg q \to p)$
1	1	0	1	1
1	0	1	1	1
0	1	0	1	1
0	0	1	0	0

modèle - satisfiable - tautologie - insatisfiable

Tables de vérité

$p \vee (\neg q \rightarrow p)$

p	q	$\neg q$	$\neg q \rightarrow p$	$p \vee (\neg q \rightarrow p)$
1	1	0	1	1
1	0	1	1	1
0	1	0	1	1
0	0	1	0	0

modèle - satisfiable - tautologie - insatisfiable

Tables de vérité

$p \vee (\neg q \rightarrow p)$

p	q	$\neg q$	$\neg q \rightarrow p$	$p \vee (\neg q \rightarrow p)$
1	1	0	1	1
1	0	1	1	1
0	1	0	1	1
0	0	1	0	0

modèle - satisfiable - tautologie - insatisfiable

Conséquence logique

Définition 4

Soit F une formule ou un ensemble de formules et G une formule. On dit que G est une *conséquence logique* de F si, et seulement si, tout modèle de F est aussi un modèle de G. On note alors $F \models G$.

Conséquence logique

Définition 4

Soit F une formule ou un ensemble de formules et G une formule. On dit que G est une *conséquence logique* de F si, et seulement si, tout modèle de F est aussi un modèle de G. On note alors $F \models G$.

Conséquence logique

Définition 4

Soit F une formule ou un ensemble de formules et G une formule. On dit que G est une *conséquence logique* de F si, et seulement si, tout modèle de F est aussi un modèle de G. On note alors $F \models G$.

Exemple

« Je vous paierez seulement si votre programme marche. Or votre programme ne marche pas donc je ne vous paierai pas. »
Notons p la variable atomique : « Le client paye » et m la variable : « le programme marche ».
Si le client paye, cela implique que le programme marche donc on a $p \rightarrow m$.
De plus on sait que $\neg m$.
La conséquence logique en est $\neg p$.
Le raisonnement du client peut donc être modélisé par :

$$p \rightarrow m, \neg m \models \neg p$$

Est-il correct ?

Exemple

« Je vous paierez seulement si votre programme marche. Or votre programme ne marche pas donc je ne vous paierai pas. »
Notons p la variable atomique : « Le client paye » et m la variable : « le programme marche ».
Si le client paye, cela implique que le programme marche donc on a $p \rightarrow m$.
De plus on sait que $\neg m$.
La conséquence logique en est $\neg p$.
Le raisonnement du client peut donc être modélisé par :

$$p \rightarrow m, \neg m \models \neg p$$

Est-il correct ?

Exemple

« Je vous paierez seulement si votre programme marche. Or votre programme ne marche pas donc je ne vous paierai pas. »
Notons p la variable atomique : « Le client paye » et m la variable : « le programme marche ».
Si le client paye, cela implique que le programme marche donc on a $p \rightarrow m$.
De plus on sait que $\neg m$.
La conséquence logique en est $\neg p$.
Le raisonnement du client peut donc être modélisé par :

$$p \rightarrow m, \ \neg m \models \neg p$$

Est-il correct ?

Exemple

« Je vous paierez seulement si votre programme marche. Or votre programme ne marche pas donc je ne vous paierai pas. »
Notons p la variable atomique : « Le client paye » et m la variable : « le programme marche ».
Si le client paye, cela implique que le programme marche donc on a $p \rightarrow m$.
De plus on sait que $\neg m$.
La conséquence logique en est $\neg p$.
Le raisonnement du client peut donc être modélisé par :

$$p \rightarrow m,\ \neg m \models \neg p$$

Est-il correct ?

Exemple

« Je vous paierez seulement si votre programme marche. Or votre programme ne marche pas donc je ne vous paierai pas. »
Notons p la variable atomique : « Le client paye » et m la variable : « le programme marche ».
Si le client paye, cela implique que le programme marche donc on a $p \to m$.
De plus on sait que $\neg m$.
La conséquence logique en est $\neg p$.
Le raisonnement du client peut donc être modélisé par :

$$p \to m,\ \neg m \models \neg p$$

Est-il correct ?

Exemple

« Je vous paierez seulement si votre programme marche. Or votre programme ne marche pas donc je ne vous paierai pas. »
Notons p la variable atomique : « Le client paye » et m la variable : « le programme marche ».
Si le client paye, cela implique que le programme marche donc on a $p \to m$.
De plus on sait que $\neg m$.
La conséquence logique en est $\neg p$.
Le raisonnement du client peut donc être modélisé par :

$$p \to m, \neg m \models \neg p$$

Est-il correct ?

« Je vous paierez seulement si votre programme marche. Or je ne vous paierai pas donc votre programme ne marche pas »

Attention !

Notez la différence entre $\rightarrow$ et $\models$!...

« $F \models G$ » signifie que « $F \rightarrow G$ est une tautologie » ou encore « $\models (F \rightarrow G)$ ».

Attention !

Notez la différence entre $\rightarrow$ et $\models$!...

« $F \models G$ » signifie que « $F \rightarrow G$ est une tautologie » ou encore « $\models (F \rightarrow G)$ ».

Attention !

Notez la différence entre $\rightarrow$ et $\models$!...
$F \models G$ » signifie que « $F \rightarrow G$ est une tautologie » ou encore
« $\models (F \rightarrow G)$ ».

Exercice 3

Remplissez la table suivante :

p	m	$p \rightarrow m$	$\neg m$	$(p \rightarrow m) \wedge \neg m$	$\neg p$	$((p \rightarrow m) \wedge \neg m) \rightarrow \neg p$
1	1					
1	0					
0	1					
0	0					

équivalence logique

Définition 5

Soient F et G deux formules. On dit que E et F sont logiquement équivalentes si, et seulement si, $F \models G$ et $G \models F$. On note alors $F \equiv G$.

Équivalence entre connecteurs	$p \rightarrow q \equiv \neg p \vee q$
	$p \leftrightarrow q \equiv (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p) \equiv (p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$
Double négation	$\neg\neg p \equiv p$
Lois de De Morgan	$\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q, \quad \neg(p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q$
Idempotence	$p \vee p \equiv p \wedge p \equiv p$
Commutativité	$p \wedge q \equiv q \wedge p, \quad p \vee q \equiv q \vee p$
Associativité	$p \wedge (q \wedge r) \equiv (p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge q \wedge r$
	$p \vee (q \vee r) \equiv (p \vee q) \vee r \equiv p \vee q \vee r$
Contradiction	$p \wedge \neg p \equiv \bot$
Tiers exclus	$p \vee \neg p \equiv \top$
Lois de domination	$p \vee \top \equiv \top, \quad p \wedge \bot \equiv \bot$
Lois d'identité	$p \vee \bot \equiv p, \quad p \wedge \top \equiv p$
Distributivité	$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$
	$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
Absorption	$p \vee (p \wedge q) \equiv p, \quad p \wedge (p \vee q) \equiv p$

Équivalence entre connecteurs	$p \rightarrow q \equiv \neg p \vee q$
	$p \leftrightarrow q \equiv (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p) \equiv (p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$
Double négation	$\neg\neg p \equiv p$
Lois de De Morgan	$\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q, \quad \neg(p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q$
Idempotence	$p \vee p \equiv p \wedge p \equiv p$
Commutativité	$p \wedge q \equiv q \wedge p, \quad p \vee q \equiv q \vee p$
Associativité	$p \wedge (q \wedge r) \equiv (p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge q \wedge r$
	$p \vee (q \vee r) \equiv (p \vee q) \vee r \equiv p \vee q \vee r$
Contradiction	$p \wedge \neg p \equiv \bot$
Tiers exclus	$p \vee \neg p \equiv \top$
Lois de domination	$p \vee \top \equiv \top, \quad p \wedge \bot \equiv \bot$
Lois d'identité	$p \vee \bot \equiv p, \quad p \wedge \top \equiv p$
Distributivité	$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$
	$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
Absorption	$p \vee (p \wedge q) \equiv p, \quad p \wedge (p \vee q) \equiv p$

Équivalence entre connecteurs	$p \rightarrow q \equiv \neg p \vee q$
	$p \leftrightarrow q \equiv (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p) \equiv (p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$
Double négation	$\neg\neg p \equiv p$
Lois de De Morgan	$\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q, \quad \neg(p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q$
Idempotence	$p \vee p \equiv p \wedge p \equiv p$
Commutativité	$p \wedge q \equiv q \wedge p, \quad p \vee q \equiv q \vee p$
Associativité	$p \wedge (q \wedge r) \equiv (p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge q \wedge r$
	$p \vee (q \vee r) \equiv (p \vee q) \vee r \equiv p \vee q \vee r$
Contradiction	$p \wedge \neg p \equiv \bot$
Tiers exclus	$p \vee \neg p \equiv \top$
Lois de domination	$p \vee \top \equiv \top, \quad p \wedge \bot \equiv \bot$
Lois d'identité	$p \vee \bot \equiv p, \quad p \wedge \top \equiv p$
Distributivité	$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$
	$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
Absorption	$p \vee (p \wedge q) \equiv p, \quad p \wedge (p \vee q) \equiv p$

Équivalence entre connecteurs	$p \to q \equiv \neg p \vee q$
	$p \leftrightarrow q \equiv (p \to q) \wedge (q \to p) \equiv (p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$
Double négation	$\neg\neg p \equiv p$
Lois de De Morgan	$\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q, \quad \neg(p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q$
Idempotence	$p \vee p \equiv p \wedge p \equiv p$
Commutativité	$p \wedge q \equiv q \wedge p, \quad p \vee q \equiv q \vee p$
Associativité	$p \wedge (q \wedge r) \equiv (p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge q \wedge r$
	$p \vee (q \vee r) \equiv (p \vee q) \vee r \equiv p \vee q \vee r$
Contradiction	$p \wedge \neg p \equiv \bot$
Tiers exclus	$p \vee \neg p \equiv \top$
Lois de domination	$p \vee \top \equiv \top, \quad p \wedge \bot \equiv \bot$
Lois d'identité	$p \vee \bot \equiv p, \quad p \wedge \top \equiv p$
Distributivité	$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$
	$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
Absorption	$p \vee (p \wedge q) \equiv p, \quad p \wedge (p \vee q) \equiv p$

Équivalence entre connecteurs	$p \to q \equiv \neg p \vee q$
	$p \leftrightarrow q \equiv (p \to q) \wedge (q \to p) \equiv (p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$
Double négation	$\neg\neg p \equiv p$
Lois de De Morgan	$\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q, \quad \neg(p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q$
Idempotence	$p \vee p \equiv p \wedge p \equiv p$
Commutativité	$p \wedge q \equiv q \wedge p, \quad p \vee q \equiv q \vee p$
Associativité	$p \wedge (q \wedge r) \equiv (p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge q \wedge r$
	$p \vee (q \vee r) \equiv (p \vee q) \vee r \equiv p \vee q \vee r$
Contradiction	$p \wedge \neg p \equiv \bot$
Tiers exclus	$p \vee \neg p \equiv \top$
Lois de domination	$p \vee \top \equiv \top, \quad p \wedge \bot \equiv \bot$
Lois d'identité	$p \vee \bot \equiv p, \quad p \wedge \top \equiv p$
Distributivité	$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$
	$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
Absorption	$p \vee (p \wedge q) \equiv p, \quad p \wedge (p \vee q) \equiv p$

Équivalence entre connecteurs	$p \to q \equiv \neg p \vee q$
	$p \leftrightarrow q \equiv (p \to q) \wedge (q \to p) \equiv (p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$
Double négation	$\neg\neg p \equiv p$
Lois de De Morgan	$\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q, \quad \neg(p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q$
Idempotence	$p \vee p \equiv p \wedge p \equiv p$
Commutativité	$p \wedge q \equiv q \wedge p, \quad p \vee q \equiv q \vee p$
Associativité	$p \wedge (q \wedge r) \equiv (p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge q \wedge r$
	$p \vee (q \vee r) \equiv (p \vee q) \vee r \equiv p \vee q \vee r$
Contradiction	$p \wedge \neg p \equiv \bot$
Tiers exclus	$p \vee \neg p \equiv \top$
Lois de domination	$p \vee \top \equiv \top, \quad p \wedge \bot \equiv \bot$
Lois d'identité	$p \vee \bot \equiv p, \quad p \wedge \top \equiv p$
Distributivité	$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$
	$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
Absorption	$p \vee (p \wedge q) \equiv p, \quad p \wedge (p \vee q) \equiv p$

Équivalence entre connecteurs	$p \to q \equiv \neg p \vee q$
	$p \leftrightarrow q \equiv (p \to q) \wedge (q \to p) \equiv (p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$
Double négation	$\neg\neg p \equiv p$
Lois de De Morgan	$\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q, \quad \neg(p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q$
Idempotence	$p \vee p \equiv p \wedge p \equiv p$
Commutativité	$p \wedge q \equiv q \wedge p, \quad p \vee q \equiv q \vee p$
Associativité	$p \wedge (q \wedge r) \equiv (p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge q \wedge r$
	$p \vee (q \vee r) \equiv (p \vee q) \vee r \equiv p \vee q \vee r$
Contradiction	$p \wedge \neg p \equiv \perp$
Tiers exclus	$p \vee \neg p \equiv \top$
Lois de domination	$p \vee \top \equiv \top, \quad p \wedge \perp \equiv \perp$
Lois d'identité	$p \vee \perp \equiv p, \quad p \wedge \top \equiv p$
Distributivité	$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$
	$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
Absorption	$p \vee (p \wedge q) \equiv p, \quad p \wedge (p \vee q) \equiv p$

Équivalence entre connecteurs	$p \to q \equiv \neg p \vee q$
	$p \leftrightarrow q \equiv (p \to q) \wedge (q \to p) \equiv (p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$
Double négation	$\neg\neg p \equiv p$
Lois de De Morgan	$\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q, \quad \neg(p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q$
Idempotence	$p \vee p \equiv p \wedge p \equiv p$
Commutativité	$p \wedge q \equiv q \wedge p, \quad p \vee q \equiv q \vee p$
Associativité	$p \wedge (q \wedge r) \equiv (p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge q \wedge r$
	$p \vee (q \vee r) \equiv (p \vee q) \vee r \equiv p \vee q \vee r$
Contradiction	$p \wedge \neg p \equiv \bot$
Tiers exclus	$p \vee \neg p \equiv \top$
Lois de domination	$p \vee \top \equiv \top, \quad p \wedge \bot \equiv \bot$
Lois d'identité	$p \vee \bot \equiv p, \quad p \wedge \top \equiv p$
Distributivité	$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$
	$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
Absorption	$p \vee (p \wedge q) \equiv p, \quad p \wedge (p \vee q) \equiv p$

Équivalence entre connecteurs	$p \rightarrow q \equiv \neg p \vee q$
	$p \leftrightarrow q \equiv (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p) \equiv (p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$
Double négation	$\neg\neg p \equiv p$
Lois de De Morgan	$\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q, \quad \neg(p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q$
Idempotence	$p \vee p \equiv p \wedge p \equiv p$
Commutativité	$p \wedge q \equiv q \wedge p, \quad p \vee q \equiv q \vee p$
Associativité	$p \wedge (q \wedge r) \equiv (p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge q \wedge r$
	$p \vee (q \vee r) \equiv (p \vee q) \vee r \equiv p \vee q \vee r$
Contradiction	$p \wedge \neg p \equiv \bot$
Tiers exclus	$p \vee \neg p \equiv \top$
Lois de domination	$p \vee \top \equiv \top, \quad p \wedge \bot \equiv \bot$
Lois d'identité	$p \vee \bot \equiv p, \quad p \wedge \top \equiv p$
Distributivité	$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$
	$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
Absorption	$p \vee (p \wedge q) \equiv p, \quad p \wedge (p \vee q) \equiv p$

Équivalence entre connecteurs	$p \to q \equiv \neg p \vee q$
	$p \leftrightarrow q \equiv (p \to q) \wedge (q \to p) \equiv (p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$
Double négation	$\neg\neg p \equiv p$
Lois de De Morgan	$\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q, \quad \neg(p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q$
Idempotence	$p \vee p \equiv p \wedge p \equiv p$
Commutativité	$p \wedge q \equiv q \wedge p, \quad p \vee q \equiv q \vee p$
Associativité	$p \wedge (q \wedge r) \equiv (p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge q \wedge r$
	$p \vee (q \vee r) \equiv (p \vee q) \vee r \equiv p \vee q \vee r$
Contradiction	$p \wedge \neg p \equiv \bot$
Tiers exclus	$p \vee \neg p \equiv \top$
Lois de domination	$p \vee \top \equiv \top, \quad p \wedge \bot \equiv \bot$
Lois d'identité	$p \vee \bot \equiv p, \quad p \wedge \top \equiv p$
Distributivité	$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$
	$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
Absorption	$p \vee (p \wedge q) \equiv p, \quad p \wedge (p \vee q) \equiv p$

Équivalence entre connecteurs	$p \rightarrow q \equiv \neg p \vee q$
	$p \leftrightarrow q \equiv (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p) \equiv (p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$
Double négation	$\neg\neg p \equiv p$
Lois de De Morgan	$\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q, \quad \neg(p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q$
Idempotence	$p \vee p \equiv p \wedge p \equiv p$
Commutativité	$p \wedge q \equiv q \wedge p, \quad p \vee q \equiv q \vee p$
Associativité	$p \wedge (q \wedge r) \equiv (p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge q \wedge r$
	$p \vee (q \vee r) \equiv (p \vee q) \vee r \equiv p \vee q \vee r$
Contradiction	$p \wedge \neg p \equiv \bot$
Tiers exclus	$p \vee \neg p \equiv \top$
Lois de domination	$p \vee \top \equiv \top, \quad p \wedge \bot \equiv \bot$
Lois d'identité	$p \vee \bot \equiv p, \quad p \wedge \top \equiv p$
Distributivité	$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$
	$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
Absorption	$p \vee (p \wedge q) \equiv p, \quad p \wedge (p \vee q) \equiv p$

Équivalence entre connecteurs	$p \to q \equiv \neg p \vee q$
	$p \leftrightarrow q \equiv (p \to q) \wedge (q \to p) \equiv (p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$
Double négation	$\neg\neg p \equiv p$
Lois de De Morgan	$\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q, \quad \neg(p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q$
Idempotence	$p \vee p \equiv p \wedge p \equiv p$
Commutativité	$p \wedge q \equiv q \wedge p, \quad p \vee q \equiv q \vee p$
Associativité	$p \wedge (q \wedge r) \equiv (p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge q \wedge r$
	$p \vee (q \vee r) \equiv (p \vee q) \vee r \equiv p \vee q \vee r$
Contradiction	$p \wedge \neg p \equiv \bot$
Tiers exclus	$p \vee \neg p \equiv \top$
Lois de domination	$p \vee \top \equiv \top, \quad p \wedge \bot \equiv \bot$
Lois d'identité	$p \vee \bot \equiv p, \quad p \wedge \top \equiv p$
Distributivité	$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$
	$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
Absorption	$p \vee (p \wedge q) \equiv p, \quad p \wedge (p \vee q) \equiv p$

Équivalence entre connecteurs	$p \rightarrow q \equiv \neg p \vee q$
	$p \leftrightarrow q \equiv (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p) \equiv (p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$
Double négation	$\neg\neg p \equiv p$
Lois de De Morgan	$\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q, \quad \neg(p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q$
Idempotence	$p \vee p \equiv p \wedge p \equiv p$
Commutativité	$p \wedge q \equiv q \wedge p, \quad p \vee q \equiv q \vee p$
Associativité	$p \wedge (q \wedge r) \equiv (p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge q \wedge r$
	$p \vee (q \vee r) \equiv (p \vee q) \vee r \equiv p \vee q \vee r$
Contradiction	$p \wedge \neg p \equiv \bot$
Tiers exclus	$p \vee \neg p \equiv \top$
Lois de domination	$p \vee \top \equiv \top, \quad p \wedge \bot \equiv \bot$
Lois d'identité	$p \vee \bot \equiv p, \quad p \wedge \top \equiv p$
Distributivité	$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$
	$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
Absorption	$p \vee (p \wedge q) \equiv p, \quad p \wedge (p \vee q) \equiv p$

Équivalence entre connecteurs	$p \to q \equiv \neg p \vee q$
	$p \leftrightarrow q \equiv (p \to q) \wedge (q \to p) \equiv (p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$
Double négation	$\neg\neg p \equiv p$
Lois de De Morgan	$\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q, \quad \neg(p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q$
Idempotence	$p \vee p \equiv p \wedge p \equiv p$
Commutativité	$p \wedge q \equiv q \wedge p, \quad p \vee q \equiv q \vee p$
Associativité	$p \wedge (q \wedge r) \equiv (p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge q \wedge r$
	$p \vee (q \vee r) \equiv (p \vee q) \vee r \equiv p \vee q \vee r$
Contradiction	$p \wedge \neg p \equiv \bot$
Tiers exclus	$p \vee \neg p \equiv \top$
Lois de domination	$p \vee \top \equiv \top, \quad p \wedge \bot \equiv \bot$
Lois d'identité	$p \vee \bot \equiv p, \quad p \wedge \top \equiv p$
Distributivité	$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$
	$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
Absorption	$p \vee (p \wedge q) \equiv p, \quad p \wedge (p \vee q) \equiv p$

Équivalence entre connecteurs	$p \rightarrow q \equiv \neg p \vee q$
	$p \leftrightarrow q \equiv (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p) \equiv (p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$
Double négation	$\neg\neg p \equiv p$
Lois de De Morgan	$\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q, \quad \neg(p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q$
Idempotence	$p \vee p \equiv p \wedge p \equiv p$
Commutativité	$p \wedge q \equiv q \wedge p, \quad p \vee q \equiv q \vee p$
Associativité	$p \wedge (q \wedge r) \equiv (p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge q \wedge r$
	$p \vee (q \vee r) \equiv (p \vee q) \vee r \equiv p \vee q \vee r$
Contradiction	$p \wedge \neg p \equiv \bot$
Tiers exclus	$p \vee \neg p \equiv \top$
Lois de domination	$p \vee \top \equiv \top, \quad p \wedge \bot \equiv \bot$
Lois d'identité	$p \vee \bot \equiv p, \quad p \wedge \top \equiv p$
Distributivité	$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$
	$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
Absorption	$p \vee (p \wedge q) \equiv p, \quad p \wedge (p \vee q) \equiv p$

Équivalence entre connecteurs	$p \rightarrow q \equiv \neg p \vee q$
	$p \leftrightarrow q \equiv (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p) \equiv (p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$
Double négation	$\neg\neg p \equiv p$
Lois de De Morgan	$\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q, \quad \neg(p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q$
Idempotence	$p \vee p \equiv p \wedge p \equiv p$
Commutativité	$p \wedge q \equiv q \wedge p, \quad p \vee q \equiv q \vee p$
Associativité	$p \wedge (q \wedge r) \equiv (p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge q \wedge r$
	$p \vee (q \vee r) \equiv (p \vee q) \vee r \equiv p \vee q \vee r$
Contradiction	$p \wedge \neg p \equiv \bot$
Tiers exclus	$p \vee \neg p \equiv \top$
Lois de domination	$p \vee \top \equiv \top, \quad p \wedge \bot \equiv \bot$
Lois d'identité	$p \vee \bot \equiv p, \quad p \wedge \top \equiv p$
Distributivité	$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$
	$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
Absorption	$p \vee (p \wedge q) \equiv p, \quad p \wedge (p \vee q) \equiv p$

Équivalence entre connecteurs	$p \rightarrow q \equiv \neg p \vee q$
	$p \leftrightarrow q \equiv (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p) \equiv (p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$
Double négation	$\neg\neg p \equiv p$
Lois de De Morgan	$\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q, \quad \neg(p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q$
Idempotence	$p \vee p \equiv p \wedge p \equiv p$
Commutativité	$p \wedge q \equiv q \wedge p, \quad p \vee q \equiv q \vee p$
Associativité	$p \wedge (q \wedge r) \equiv (p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge q \wedge r$
	$p \vee (q \vee r) \equiv (p \vee q) \vee r \equiv p \vee q \vee r$
Contradiction	$p \wedge \neg p \equiv \bot$
Tiers exclus	$p \vee \neg p \equiv \top$
Lois de domination	$p \vee \top \equiv \top, \quad p \wedge \bot \equiv \bot$
Lois d'identité	$p \vee \bot \equiv p, \quad p \wedge \top \equiv p$
Distributivité	$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$
	$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
Absorption	$p \vee (p \wedge q) \equiv p, \quad p \wedge (p \vee q) \equiv p$

Équivalence entre connecteurs	$p \to q \equiv \neg p \vee q$
	$p \leftrightarrow q \equiv (p \to q) \wedge (q \to p) \equiv (p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$
Double négation	$\neg\neg p \equiv p$
Lois de De Morgan	$\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q, \quad \neg(p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q$
Idempotence	$p \vee p \equiv p \wedge p \equiv p$
Commutativité	$p \wedge q \equiv q \wedge p, \quad p \vee q \equiv q \vee p$
Associativité	$p \wedge (q \wedge r) \equiv (p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge q \wedge r$
	$p \vee (q \vee r) \equiv (p \vee q) \vee r \equiv p \vee q \vee r$
Contradiction	$p \wedge \neg p \equiv \bot$
Tiers exclus	$p \vee \neg p \equiv \top$
Lois de domination	$p \vee \top \equiv \top, \quad p \wedge \bot \equiv \bot$
Lois d'identité	$p \vee \bot \equiv p, \quad p \wedge \top \equiv p$
Distributivité	$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$
	$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
Absorption	$p \vee (p \wedge q) \equiv p, \quad p \wedge (p \vee q) \equiv p$

Équivalence entre connecteurs	$p \rightarrow q \equiv \neg p \vee q$
	$p \leftrightarrow q \equiv (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p) \equiv (p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$
Double négation	$\neg\neg p \equiv p$
Lois de De Morgan	$\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q, \quad \neg(p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q$
Idempotence	$p \vee p \equiv p \wedge p \equiv p$
Commutativité	$p \wedge q \equiv q \wedge p, \quad p \vee q \equiv q \vee p$
Associativité	$p \wedge (q \wedge r) \equiv (p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge q \wedge r$
	$p \vee (q \vee r) \equiv (p \vee q) \vee r \equiv p \vee q \vee r$
Contradiction	$p \wedge \neg p \equiv \bot$
Tiers exclus	$p \vee \neg p \equiv \top$
Lois de domination	$p \vee \top \equiv \top, \quad p \wedge \bot \equiv \bot$
Lois d'identité	$p \vee \bot \equiv p, \quad p \wedge \top \equiv p$
Distributivité	$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$
	$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
Absorption	$p \vee (p \wedge q) \equiv p, \quad p \wedge (p \vee q) \equiv p$

Équivalence entre connecteurs	$p \rightarrow q \equiv \neg p \vee q$
	$p \leftrightarrow q \equiv (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p) \equiv (p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$
Double négation	$\neg\neg p \equiv p$
Lois de De Morgan	$\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q, \quad \neg(p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q$
Idempotence	$p \vee p \equiv p \wedge p \equiv p$
Commutativité	$p \wedge q \equiv q \wedge p, \quad p \vee q \equiv q \vee p$
Associativité	$p \wedge (q \wedge r) \equiv (p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge q \wedge r$
	$p \vee (q \vee r) \equiv (p \vee q) \vee r \equiv p \vee q \vee r$
Contradiction	$p \wedge \neg p \equiv \bot$
Tiers exclus	$p \vee \neg p \equiv \top$
Lois de domination	$p \vee \top \equiv \top, \quad p \wedge \bot \equiv \bot$
Lois d'identité	$p \vee \bot \equiv p, \quad p \wedge \top \equiv p$
Distributivité	$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$
	$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
Absorption	$p \vee (p \wedge q) \equiv p, \quad p \wedge (p \vee q) \equiv p$

Équivalence entre connecteurs	$p \rightarrow q \equiv \neg p \vee q$
	$p \leftrightarrow q \equiv (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p) \equiv (p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$
Double négation	$\neg\neg p \equiv p$
Lois de De Morgan	$\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q, \quad \neg(p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q$
Idempotence	$p \vee p \equiv p \wedge p \equiv p$
Commutativité	$p \wedge q \equiv q \wedge p, \quad p \vee q \equiv q \vee p$
Associativité	$p \wedge (q \wedge r) \equiv (p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge q \wedge r$
	$p \vee (q \vee r) \equiv (p \vee q) \vee r \equiv p \vee q \vee r$
Contradiction	$p \wedge \neg p \equiv \bot$
Tiers exclus	$p \vee \neg p \equiv \top$
Lois de domination	$p \vee \top \equiv \top, \quad p \wedge \bot \equiv \bot$
Lois d'identité	$p \vee \bot \equiv p, \quad p \wedge \top \equiv p$
Distributivité	$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$
	$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
Absorption	$p \vee (p \wedge q) \equiv p, \quad p \wedge (p \vee q) \equiv p$

Équivalence entre connecteurs	$p \rightarrow q \equiv \neg p \vee q$
	$p \leftrightarrow q \equiv (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p) \equiv (p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$
Double négation	$\neg\neg p \equiv p$
Lois de De Morgan	$\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q, \quad \neg(p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q$
Idempotence	$p \vee p \equiv p \wedge p \equiv p$
Commutativité	$p \wedge q \equiv q \wedge p, \quad p \vee q \equiv q \vee p$
Associativité	$p \wedge (q \wedge r) \equiv (p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge q \wedge r$
	$p \vee (q \vee r) \equiv (p \vee q) \vee r \equiv p \vee q \vee r$
Contradiction	$p \wedge \neg p \equiv \bot$
Tiers exclus	$p \vee \neg p \equiv \top$
Lois de domination	$p \vee \top \equiv \top, \quad p \wedge \bot \equiv \bot$
Lois d'identité	$p \vee \bot \equiv p, \quad p \wedge \top \equiv p$
Distributivité	$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$
	$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
Absorption	$p \vee (p \wedge q) \equiv p, \quad p \wedge (p \vee q) \equiv p$

Équivalence entre connecteurs	$p \rightarrow q \equiv \neg p \vee q$
	$p \leftrightarrow q \equiv (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p) \equiv (p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$
Double négation	$\neg\neg p \equiv p$
Lois de De Morgan	$\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q, \quad \neg(p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q$
Idempotence	$p \vee p \equiv p \wedge p \equiv p$
Commutativité	$p \wedge q \equiv q \wedge p, \quad p \vee q \equiv q \vee p$
Associativité	$p \wedge (q \wedge r) \equiv (p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge q \wedge r$
	$p \vee (q \vee r) \equiv (p \vee q) \vee r \equiv p \vee q \vee r$
Contradiction	$p \wedge \neg p \equiv \bot$
Tiers exclus	$p \vee \neg p \equiv \top$
Lois de domination	$p \vee \top \equiv \top, \quad p \wedge \bot \equiv \bot$
Lois d'identité	$p \vee \bot \equiv p, \quad p \wedge \top \equiv p$
Distributivité	$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$
	$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
Absorption	$p \vee (p \wedge q) \equiv p, \quad p \wedge (p \vee q) \equiv p$

Équivalence entre connecteurs	$p \rightarrow q \equiv \neg p \vee q$
	$p \leftrightarrow q \equiv (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p) \equiv (p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$
Double négation	$\neg\neg p \equiv p$
Lois de De Morgan	$\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q, \quad \neg(p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q$
Idempotence	$p \vee p \equiv p \wedge p \equiv p$
Commutativité	$p \wedge q \equiv q \wedge p, \quad p \vee q \equiv q \vee p$
Associativité	$p \wedge (q \wedge r) \equiv (p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge q \wedge r$
	$p \vee (q \vee r) \equiv (p \vee q) \vee r \equiv p \vee q \vee r$
Contradiction	$p \wedge \neg p \equiv \bot$
Tiers exclus	$p \vee \neg p \equiv \top$
Lois de domination	$p \vee \top \equiv \top, \quad p \wedge \bot \equiv \bot$
Lois d'identité	$p \vee \bot \equiv p, \quad p \wedge \top \equiv p$
Distributivité	$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$
	$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
Absorption	$p \vee (p \wedge q) \equiv p, \quad p \wedge (p \vee q) \equiv p$

Équivalence entre connecteurs	$p \rightarrow q \equiv \neg p \vee q$
	$p \leftrightarrow q \equiv (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p) \equiv (p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$
Double négation	$\neg\neg p \equiv p$
Lois de De Morgan	$\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q, \quad \neg(p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q$
Idempotence	$p \vee p \equiv p \wedge p \equiv p$
Commutativité	$p \wedge q \equiv q \wedge p, \quad p \vee q \equiv q \vee p$
Associativité	$p \wedge (q \wedge r) \equiv (p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge q \wedge r$
	$p \vee (q \vee r) \equiv (p \vee q) \vee r \equiv p \vee q \vee r$
Contradiction	$p \wedge \neg p \equiv \bot$
Tiers exclus	$p \vee \neg p \equiv \top$
Lois de domination	$p \vee \top \equiv \top, \quad p \wedge \bot \equiv \bot$
Lois d'identité	$p \vee \bot \equiv p, \quad p \wedge \top \equiv p$
Distributivité	$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$
	$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
Absorption	$p \vee (p \wedge q) \equiv p, \quad p \wedge (p \vee q) \equiv p$

Équivalence entre connecteurs	$p \rightarrow q \equiv \neg p \vee q$
	$p \leftrightarrow q \equiv (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p) \equiv (p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$
Double négation	$\neg\neg p \equiv p$
Lois de De Morgan	$\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q, \quad \neg(p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q$
Idempotence	$p \vee p \equiv p \wedge p \equiv p$
Commutativité	$p \wedge q \equiv q \wedge p, \quad p \vee q \equiv q \vee p$
Associativité	$p \wedge (q \wedge r) \equiv (p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge q \wedge r$
	$p \vee (q \vee r) \equiv (p \vee q) \vee r \equiv p \vee q \vee r$
Contradiction	$p \wedge \neg p \equiv \bot$
Tiers exclus	$p \vee \neg p \equiv \top$
Lois de domination	$p \vee \top \equiv \top, \quad p \wedge \bot \equiv \bot$
Lois d'identité	$p \vee \bot \equiv p, \quad p \wedge \top \equiv p$
Distributivité	$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$
	$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
Absorption	$p \vee (p \wedge q) \equiv p, \quad p \wedge (p \vee q) \equiv p$

Équivalence entre connecteurs	$p \rightarrow q \equiv \neg p \vee q$
	$p \leftrightarrow q \equiv (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p) \equiv (p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$
Double négation	$\neg\neg p \equiv p$
Lois de De Morgan	$\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q, \quad \neg(p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q$
Idempotence	$p \vee p \equiv p \wedge p \equiv p$
Commutativité	$p \wedge q \equiv q \wedge p, \quad p \vee q \equiv q \vee p$
Associativité	$p \wedge (q \wedge r) \equiv (p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge q \wedge r$
	$p \vee (q \vee r) \equiv (p \vee q) \vee r \equiv p \vee q \vee r$
Contradiction	$p \wedge \neg p \equiv \bot$
Tiers exclus	$p \vee \neg p \equiv \top$
Lois de domination	$p \vee \top \equiv \top, \quad p \wedge \bot \equiv \bot$
Lois d'identité	$p \vee \bot \equiv p, \quad p \wedge \top \equiv p$
Distributivité	$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$
	$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
Absorption	$p \vee (p \wedge q) \equiv p, \quad p \wedge (p \vee q) \equiv p$

Équivalence entre connecteurs	$p \to q \equiv \neg p \vee q$
	$p \leftrightarrow q \equiv (p \to q) \wedge (q \to p) \equiv (p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$
Double négation	$\neg\neg p \equiv p$
Lois de De Morgan	$\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q, \quad \neg(p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q$
Idempotence	$p \vee p \equiv p \wedge p \equiv p$
Commutativité	$p \wedge q \equiv q \wedge p, \quad p \vee q \equiv q \vee p$
Associativité	$p \wedge (q \wedge r) \equiv (p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge q \wedge r$
	$p \vee (q \vee r) \equiv (p \vee q) \vee r \equiv p \vee q \vee r$
Contradiction	$p \wedge \neg p \equiv \bot$
Tiers exclus	$p \vee \neg p \equiv \top$
Lois de domination	$p \vee \top \equiv \top, \quad p \wedge \bot \equiv \bot$
Lois d'identité	$p \vee \bot \equiv p, \quad p \wedge \top \equiv p$
Distributivité	$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$
	$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
Absorption	$p \vee (p \wedge q) \equiv p, \quad p \wedge (p \vee q) \equiv p$

Équivalence entre connecteurs	$p \to q \equiv \neg p \vee q$
	$p \leftrightarrow q \equiv (p \to q) \wedge (q \to p) \equiv (p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$
Double négation	$\neg\neg p \equiv p$
Lois de De Morgan	$\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q, \quad \neg(p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q$
Idempotence	$p \vee p \equiv p \wedge p \equiv p$
Commutativité	$p \wedge q \equiv q \wedge p, \quad p \vee q \equiv q \vee p$
Associativité	$p \wedge (q \wedge r) \equiv (p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge q \wedge r$
	$p \vee (q \vee r) \equiv (p \vee q) \vee r \equiv p \vee q \vee r$
Contradiction	$p \wedge \neg p \equiv \bot$
Tiers exclus	$p \vee \neg p \equiv \top$
Lois de domination	$p \vee \top \equiv \top, \quad p \wedge \bot \equiv \bot$
Lois d'identité	$p \vee \bot \equiv p, \quad p \wedge \top \equiv p$
Distributivité	$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$
	$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
Absorption	$p \vee (p \wedge q) \equiv p, \quad p \wedge (p \vee q) \equiv p$

Équivalence entre connecteurs	$p \rightarrow q \equiv \neg p \vee q$
	$p \leftrightarrow q \equiv (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p) \equiv (p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$
Double négation	$\neg\neg p \equiv p$
Lois de De Morgan	$\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q, \quad \neg(p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q$
Idempotence	$p \vee p \equiv p \wedge p \equiv p$
Commutativité	$p \wedge q \equiv q \wedge p, \quad p \vee q \equiv q \vee p$
Associativité	$p \wedge (q \wedge r) \equiv (p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge q \wedge r$
	$p \vee (q \vee r) \equiv (p \vee q) \vee r \equiv p \vee q \vee r$
Contradiction	$p \wedge \neg p \equiv \bot$
Tiers exclus	$p \vee \neg p \equiv \top$
Lois de domination	$p \vee \top \equiv \top, \quad p \wedge \bot \equiv \bot$
Lois d'identité	$p \vee \bot \equiv p, \quad p \wedge \top \equiv p$
Distributivité	$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$
	$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
Absorption	$p \vee (p \wedge q) \equiv p, \quad p \wedge (p \vee q) \equiv p$

Équivalence entre connecteurs	$p \to q \equiv \neg p \vee q$
	$p \leftrightarrow q \equiv (p \to q) \wedge (q \to p) \equiv (p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$
Double négation	$\neg\neg p \equiv p$
Lois de De Morgan	$\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q, \quad \neg(p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q$
Idempotence	$p \vee p \equiv p \wedge p \equiv p$
Commutativité	$p \wedge q \equiv q \wedge p, \quad p \vee q \equiv q \vee p$
Associativité	$p \wedge (q \wedge r) \equiv (p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge q \wedge r$
	$p \vee (q \vee r) \equiv (p \vee q) \vee r \equiv p \vee q \vee r$
Contradiction	$p \wedge \neg p \equiv \bot$
Tiers exclus	$p \vee \neg p \equiv \top$
Lois de domination	$p \vee \top \equiv \top, \quad p \wedge \bot \equiv \bot$
Lois d'identité	$p \vee \bot \equiv p, \quad p \wedge \top \equiv p$
Distributivité	$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$
	$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
Absorption	$p \vee (p \wedge q) \equiv p, \quad p \wedge (p \vee q) \equiv p$

Équivalence entre connecteurs	$p \to q \equiv \neg p \vee q$
	$p \leftrightarrow q \equiv (p \to q) \wedge (q \to p) \equiv (p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$
Double négation	$\neg\neg p \equiv p$
Lois de De Morgan	$\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q, \quad \neg(p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q$
Idempotence	$p \vee p \equiv p \wedge p \equiv p$
Commutativité	$p \wedge q \equiv q \wedge p, \quad p \vee q \equiv q \vee p$
Associativité	$p \wedge (q \wedge r) \equiv (p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge q \wedge r$
	$p \vee (q \vee r) \equiv (p \vee q) \vee r \equiv p \vee q \vee r$
Contradiction	$p \wedge \neg p \equiv \bot$
Tiers exclus	$p \vee \neg p \equiv \top$
Lois de domination	$p \vee \top \equiv \top, \quad p \wedge \bot \equiv \bot$
Lois d'identité	$p \vee \bot \equiv p, \quad p \wedge \top \equiv p$
Distributivité	$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$
	$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
Absorption	$p \vee (p \wedge q) \equiv p, \quad p \wedge (p \vee q) \equiv p$

Équivalence entre connecteurs	$p \rightarrow q \equiv \neg p \vee q$
	$p \leftrightarrow q \equiv (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p) \equiv (p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$
Double négation	$\neg\neg p \equiv p$
Lois de De Morgan	$\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q, \quad \neg(p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q$
Idempotence	$p \vee p \equiv p \wedge p \equiv p$
Commutativité	$p \wedge q \equiv q \wedge p, \quad p \vee q \equiv q \vee p$
Associativité	$p \wedge (q \wedge r) \equiv (p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge q \wedge r$
	$p \vee (q \vee r) \equiv (p \vee q) \vee r \equiv p \vee q \vee r$
Contradiction	$p \wedge \neg p \equiv \bot$
Tiers exclus	$p \vee \neg p \equiv \top$
Lois de domination	$p \vee \top \equiv \top, \quad p \wedge \bot \equiv \bot$
Lois d'identité	$p \vee \bot \equiv p, \quad p \wedge \top \equiv p$
Distributivité	$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$
	$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
Absorption	$p \vee (p \wedge q) \equiv p, \quad p \wedge (p \vee q) \equiv p$

Équivalence entre connecteurs	$p \to q \equiv \neg p \vee q$
	$p \leftrightarrow q \equiv (p \to q) \wedge (q \to p) \equiv (p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$
Double négation	$\neg\neg p \equiv p$
Lois de De Morgan	$\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q, \quad \neg(p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q$
Idempotence	$p \vee p \equiv p \wedge p \equiv p$
Commutativité	$p \wedge q \equiv q \wedge p, \quad p \vee q \equiv q \vee p$
Associativité	$p \wedge (q \wedge r) \equiv (p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge q \wedge r$
	$p \vee (q \vee r) \equiv (p \vee q) \vee r \equiv p \vee q \vee r$
Contradiction	$p \wedge \neg p \equiv \bot$
Tiers exclus	$p \vee \neg p \equiv \top$
Lois de domination	$p \vee \top \equiv \top, \quad p \wedge \bot \equiv \bot$
Lois d'identité	$p \vee \bot \equiv p, \quad p \wedge \top \equiv p$
Distributivité	$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$
	$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
Absorption	$p \vee (p \wedge q) \equiv p, \quad p \wedge (p \vee q) \equiv p$

Principe de déduction par réfutation

Théorème 6

Pour montrer que $P_1, P_2, ..., P_n \models C$ il faut et il suffit que la formule de réfutation $P_1 \wedge P_2 \wedge \cdots \wedge P_n \wedge (\neg C)$ soit insatisfiable.

Quelles équivalences de la diapositive précédentes permettent de prouver ce théorème ?

Principe de déduction par réfutation

Théorème 6

Pour montrer que $P_1, P_2, ..., P_n \models C$ il faut et il suffit que la formule de réfutation $P_1 \wedge P_2 \wedge \cdots \wedge P_n \wedge (\neg C)$ soit insatisfiable.

Quelles équivalences de la diapositive précédentes permettent de prouver ce théorème ?

Principe de déduction par réfutation

Théorème 6

Pour montrer que $P_1, P_2, ..., P_n \models C$ *il faut et il suffit que la formule de réfutation* $P_1 \wedge P_2 \wedge \cdots \wedge P_n \wedge (\neg C)$ *soit insatisfiable.*

Quelles équivalences de la diapositive précédentes permettent de prouver ce théorème ?

Système complet de connecteurs

Définition 7

On appelle *système complet de connecteurs* tout ensemble $\mathcal{C}$ de connecteurs tel que toute formule est équivalente logiquement à une formule écrite avec les seuls connecteurs de $\mathcal{C}$.
Ce système est *minimal* si aucun sous-ensemble strict de $\mathcal{C}$ n'est un système complet de connecteurs.

Quel SCC non minimal connaissez-vous ?
Pouvez-vous vous débarrasser d'un connecteur ? De deux ? De trois ?...

Système complet de connecteurs

Définition 7

On appelle *système complet de connecteurs* tout ensemble $\mathcal{C}$ de connecteurs tel que toute formule est équivalente logiquement à une formule écrite avec les seuls connecteurs de $\mathcal{C}$.
Ce système est *minimal* si aucun sous-ensemble strict de $\mathcal{C}$ n'est un système complet de connecteurs.

Quel SCC non minimal connaissez-vous ?
Pouvez-vous vous débarrasser d'un connecteur ? De deux ? De trois ?...

Système complet de connecteurs

Définition 7

On appelle *système complet de connecteurs* tout ensemble $\mathcal{C}$ de connecteurs tel que toute formule est équivalente logiquement à une formule écrite avec les seuls connecteurs de $\mathcal{C}$.
Ce système est *minimal* si aucun sous-ensemble strict de $\mathcal{C}$ n'est un système complet de connecteurs.

Quel SCC non minimal connaissez-vous ?
Pouvez-vous vous débarrasser d'un connecteur ? De deux ? De trois ?...

Système complet de connecteurs

Définition 7

On appelle *système complet de connecteurs* tout ensemble $\mathcal{C}$ de connecteurs tel que toute formule est équivalente logiquement à une formule écrite avec les seuls connecteurs de $\mathcal{C}$.
Ce système est *minimal* si aucun sous-ensemble strict de $\mathcal{C}$ n'est un système complet de connecteurs.

Quel SCC non minimal connaissez-vous ?
Pouvez-vous vous débarrasser d'un connecteur ? De deux ? De trois ?...

Système complet de connecteurs

Définition 7

On appelle *système complet de connecteurs* tout ensemble $\mathcal{C}$ de connecteurs tel que toute formule est équivalente logiquement à une formule écrite avec les seuls connecteurs de $\mathcal{C}$.
Ce système est *minimal* si aucun sous-ensemble strict de $\mathcal{C}$ n'est un système complet de connecteurs.

Quel SCC non minimal connaissez-vous ?
Pouvez-vous vous débarrasser d'un connecteur ? De deux ? De trois ?...

Système complet de connecteurs

Définition 7

On appelle *système complet de connecteurs* tout ensemble $\mathcal{C}$ de connecteurs tel que toute formule est équivalente logiquement à une formule écrite avec les seuls connecteurs de $\mathcal{C}$.
Ce système est *minimal* si aucun sous-ensemble strict de $\mathcal{C}$ n'est un système complet de connecteurs.

Quel SCC non minimal connaissez-vous ?
Pouvez-vous vous débarrasser d'un connecteur ? De deux ? De trois ?...

Formes normales

Définition 8

On appelle *littéral* toute formule atomique ou sa négation.

Définition 9

Une formule est dite sous *forme normale conjonctive (fnc)* si, et seulement si, elle est composée d'une conjonction de disjonctions de littéraux.
Une formule est dite sous *forme normale disjonctive (fnd)* si, et seulement si, elle est composée d'une disjonction de conjonctions de littéraux.

Formes normales

Définition 8

On appelle *littéral* toute formule atomique ou sa négation.

Définition 9

Une formule est dite sous *forme normale conjonctive (fnc)* si, et seulement si, elle est composée d'une conjonction de disjonctions de littéraux.
Une formule est dite sous *forme normale disjonctive (fnd)* si, et seulement si, elle est composée d'une disjonction de conjonctions de littéraux.

Formes normales

Définition 8

On appelle *littéral* toute formule atomique ou sa négation.

Définition 9

Une formule est dite sous *forme normale conjonctive (fnc)* si, et seulement si, elle est composée d'une conjonction de disjonctions de littéraux.
Une formule est dite sous *forme normale disjonctive (fnd)* si, et seulement si, elle est composée d'une disjonction de conjonctions de littéraux.

Formes normales

Théorème 10

Toute formule de la LP admet une fnc minimale et une fnd minimale uniques, à l'ordre près des littéraux, qui lui sont logiquement équivalentes.

Formes normales

Exercice 4

1. *Écrire* $x \wedge \neg(\neg y \wedge z)$ *sous forme normale disjonctive.*
2. *Écrire* $\neg(\neg(x \wedge y) \wedge z) \wedge \neg((\neg x \vee z) \wedge (\neg y \vee \neg z))$

Formes normales

Exercice 4

1. *Écrire $x \wedge \neg(\neg y \wedge z)$ sous forme normale disjonctive.*
2. Écrire $\neg(\neg(x \wedge y) \wedge z) \wedge \neg((\neg x \vee z) \wedge (\neg y \vee \neg z))$

Formes normales

Exercice 4

1. *Écrire* $x \wedge \neg(\neg y \wedge z)$ *sous forme normale disjonctive.*
2. *Écrire* $\neg(\neg(x \wedge y) \wedge z) \wedge \neg((\neg x \vee z) \wedge (\neg y \vee \neg z))$

Formes normales

Exercice 4

1. *Écrire* $x \wedge \neg(\neg y \wedge z)$ *sous forme normale disjonctive.*
2. *Écrire* $\neg(\neg(x \wedge y) \wedge z) \wedge \neg((\neg x \vee z) \wedge (\neg y \vee \neg z))$

1. on passe au SCC $\{\neg, \wedge, \vee\}$ en utilisant les équivalences entre connecteurs ;
2. on réduit les négations pour n'avoir plus que des littéraux à l'aide des lois de De Morgan et de la double négation ;
3. distributivité, absorption et commutativité permettent enfin de conclure selon la forme voulue ;

Formes normales

Exercice 4

1. *Écrire $x \wedge \neg(\neg y \wedge z)$ sous forme normale disjonctive.*
2. *Écrire $\neg(\neg(x \wedge y) \wedge z) \wedge \neg((\neg x \vee z) \wedge (\neg y \vee \neg z))$*

1. on passe au SCC $\{\neg, \wedge, \vee\}$ en utilisant les équivalences entre connecteurs ;
2. on réduit les négations pour n'avoir plus que des littéraux à l'aide des lois de De Morgan et de la double négation ;
3. distributivité, absorption et commutativité permettent enfin de conclure selon la forme voulue :

Formes normales

Exercice 4

1. *Écrire* $x \wedge \neg(\neg y \wedge z)$ *sous forme normale disjonctive.*
2. *Écrire* $\neg(\neg(x \wedge y) \wedge z) \wedge \neg((\neg x \vee z) \wedge (\neg y \vee \neg z))$

1. on passe au SCC $\{\neg, \wedge, \vee\}$ en utilisant les équivalences entre connecteurs ;
2. on réduit les négations pour n'avoir plus que des littéraux à l'aide des lois de De Morgan et de la double négation ;
3. distributivité, absorption et commutativité permettent enfin de conclure selon la forme voulue :
   - $p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$ pour la fnc ;
   - $p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$ pour la fnd.

Formes normales

Exercice 4

1. *Écrire* $x \wedge \neg(\neg y \wedge z)$ *sous forme normale disjonctive.*
2. *Écrire* $\neg(\neg(x \wedge y) \wedge z) \wedge \neg((\neg x \vee z) \wedge (\neg y \vee \neg z))$

1. on passe au SCC $\{\neg, \wedge, \vee\}$ en utilisant les équivalences entre connecteurs ;
2. on réduit les négations pour n'avoir plus que des littéraux à l'aide des lois de De Morgan et de la double négation ;
3. distributivité, absorption et commutativité permettent enfin de conclure selon la forme voulue :
   - $p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$ pour la fnc ;
   - $p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$ pour la fnd.

Formes normales

Exercice 4

1. *Écrire* $x \wedge \neg(\neg y \wedge z)$ *sous forme normale disjonctive.*
2. *Écrire* $\neg(\neg(x \wedge y) \wedge z) \wedge \neg((\neg x \vee z) \wedge (\neg y \vee \neg z))$

1. on passe au SCC $\{\neg, \wedge, \vee\}$ en utilisant les équivalences entre connecteurs ;
2. on réduit les négations pour n'avoir plus que des littéraux à l'aide des lois de De Morgan et de la double négation ;
3. distributivité, absorption et commutativité permettent enfin de conclure selon la forme voulue :
   - $p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$ pour la fnc ;
   - $p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$ pour la fnd.

Formes normales

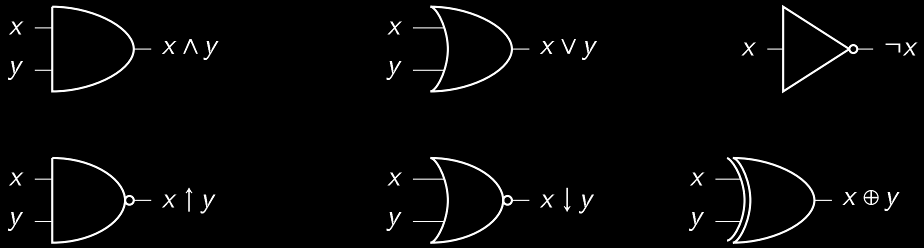
Exercice 4

1. *Écrire* $x \wedge \neg(\neg y \wedge z)$ *sous forme normale disjonctive.*
2. *Écrire* $\neg(\neg(x \wedge y) \wedge z) \wedge \neg((\neg x \vee z) \wedge (\neg y \vee \neg z))$

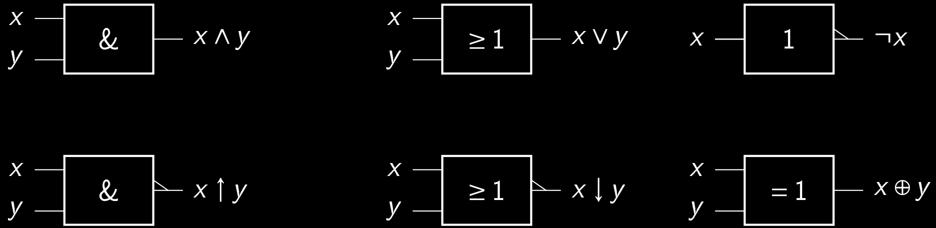
1. on passe au SCC $\{\neg, \wedge, \vee\}$ en utilisant les équivalences entre connecteurs ;
2. on réduit les négations pour n'avoir plus que des littéraux à l'aide des lois de De Morgan et de la double négation ;
3. distributivité, absorption et commutativité permettent enfin de conclure selon la forme voulue :
   - $p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$ pour la fnc ;
   - $p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$ pour la fnd.

Sommaire

Mode étasunienne



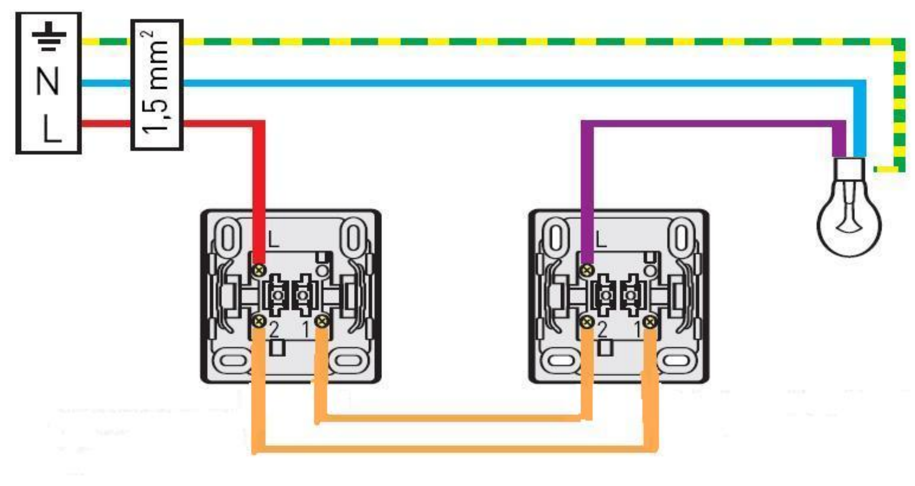
Mode européenne



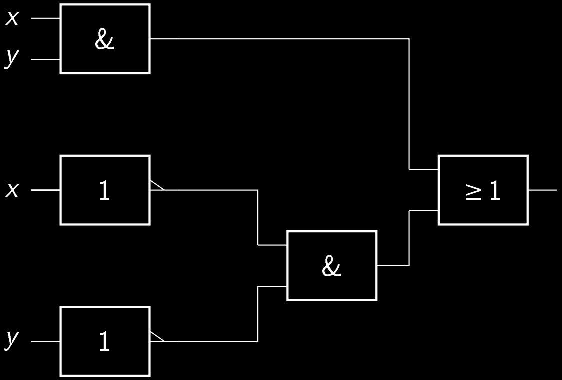
Circuit logique

Exercice 5

Vous disposez de deux interrupteurs commandant une même ampoule : comment modéliser le système de va-et-vient ?


N
L
1,5 mm²
L
2
1
L
2
1

Circuit logique



Sommaire

Axiome proposition primitive

Axiome proposition primitive

Théorème $\vdash T$

Axiome proposition primitive

Axiome proposition primitive

Théorème $\vdash T$

Règle d'inférence

Axiome proposition primitive

Théorème $\vdash T$

Règle d'inférence prémisses

Axiome proposition primitive

Théorème $\vdash T$

Règle d'inférence prémisses

Axiome proposition primitive

Théorème $\vdash T$

Règle d'inférence prémisses $P_1, P_2, \ldots, P_n \vdash T$.

Axiome proposition primitive

Théorème $\vdash T$

Règle d'inférence prémisses $P_1, P_2, ..., P_n \vdash T$.

Axiome proposition primitive

Théorème $\vdash T$

Règle d'inférence prémisses $P_1, P_2, ..., P_n \vdash T$.

Axiome proposition primitive

Théorème $\vdash T$

Règle d'inférence prémisses $P_1, P_2, ..., P_n \vdash T$.

```
val pos : int -> bool = <fun>
```

```
# pos 3;;
```

```
- : bool = true
```

$$
\begin{array}{ll}
(P_1) & I \rightarrow B \\
(P_2) & I \\
\hline
(T) & B
\end{array}
$$

modus ponens

```
val pos : int -> bool = <fun>
```

```
# pos 3;;
```

```
- : bool = true
```

$$
\begin{array}{ll}
(P_1) & I \to B \\
(P_2) & I \\
\hline
(T) & B
\end{array}
$$

modus ponens

```
val pos : int -> bool = <fun>
```

```
# pos 3;;
```

```
- : bool = true
```

$$\begin{array}{ll} (P_1) & I \to B \\ (P_2) & I \\ \hline (T) & B \end{array}$$

modus ponens

```
val pos : int -> bool = <fun>
```

```
# pos 3;;
```

```
- : bool = true
```

$$
\begin{array}{ll}
(P_1) & I \rightarrow B \\
(P_2) & I \\
\hline
(T) & B
\end{array}
$$

modus ponens

```
val pos : int -> bool = <fun>
```

```
# pos 3;;
```

```
- : bool = true
```

$$
\begin{array}{ll}
(P_1) & I \to B \\
(P_2) & I \\
\hline
(T) & B
\end{array}
$$

modus ponens

```
val pos : int -> bool = <fun>
```

```
# pos 3;;
```

```
- : bool = true
```

$$
\begin{array}{ll}
(P_1) & I \to B \\
(P_2) & I \\
\hline
(T) & B
\end{array}
$$

modus ponens

```
val pos : int -> bool = <fun>
```

```
# pos 3;;
```

```
- : bool = true
```

$$
\begin{array}{ll}
(P_1) & I \to B \\
(P_2) & I \\
\hline
(T) & B
\end{array}
$$

modus ponens

```
val pos : int -> bool = <fun>
```

```
# pos 3;;
```

```
- : bool = true
```

$$
\begin{array}{ll}
(P_1) & I \to B \\
(P_2) & I \\
\hline
(T) & B
\end{array}
$$

modus ponens

```
val pos : int -> bool = <fun>
```

```
# pos 3;;
```

```
- : bool = true
```

$$
\begin{array}{ll}
(P_1) & I \to B \\
(P_2) & I \\
\hline
(T) & B
\end{array}
$$

modus ponens

```
val pos : int -> bool = <fun>
```

```
# pos 3;;
```

```
- : bool = true
```

$$
\begin{array}{ll}
(P_1) & I \to B \\
(P_2) & I \\
\hline
(T) & B
\end{array}
$$

modus ponens

```
val pos : int -> bool = <fun>
```

```
# pos 3;;
```

```
- : bool = true
```

$$\begin{array}{ll} (P_1) & I \to B \\ (P_2) & I \\ \hline (T) & B \end{array}$$

modus ponens

```
val pos : int -> bool = <fun>
```

```
# pos 3;;
```

```
- : bool = true
```

$$
\begin{array}{ll}
(P_1) & I \rightarrow B \\
(P_2) & I \\
\hline
(T) & B
\end{array}
$$

modus ponens

```
val pos : int -> bool = <fun>
```

```
# pos 3;;
```

```
- : bool = true
```

$$
\begin{array}{ll}
(P_1) & I \to B \\
(P_2) & I \\
\hline
(T) & B
\end{array}
$$

modus ponens

```
val pos : int -> bool = <fun>
```

```
# pos trois;;
```

```
Error:
```

$$
\begin{array}{ll}
(P_1) & I \rightarrow B \\
(P_2) & \neg B \\
\hline
(T) & \neg I
\end{array}
$$

modus tollens

```
val pos : int -> bool = <fun>
```

```
# pos trois;;
```

```
Error:
```

$$
\begin{array}{ll}
(P_1) & I \to B \\
(P_2) & \neg B \\
\hline
(T) & \neg I
\end{array}
$$

modus tollens

```
val pos : int -> bool = <fun>
```

```
# pos trois;;
```

```
Error:
```

$$\begin{array}{ll} (P_1) & I \to B \\ (P_2) & \neg B \\ \hline (T) & \neg I \end{array}$$

modus tollens

```
val pos : int -> bool = <fun>
```

```
# pos trois;;
```

```
Error:
```

$$
\begin{array}{ll}
(P_1) & I \to B \\
(P_2) & \neg B \\
\hline
(T) & \neg I
\end{array}
$$

modus tollens

```
val pos : int -> bool = <fun>
```

```
# pos trois;;
```

```
Error:
```

$$\begin{array}{ll} (P_1) & I \rightarrow B \\ (P_2) & \neg B \\ \hline (T) & \neg I \end{array}$$

modus tollens

```
val pos : int -> bool = <fun>
```

```
# pos trois;;
```

```
Error:
```

$$
\begin{array}{ll}
(P_1) & I \rightarrow B \\
(P_2) & \neg B \\
\hline
(T) & \neg I
\end{array}
$$

modus tollens

```
val pos : int -> bool = <fun>
```

```
# pos trois;;
```

```
Error:
```

$$
\begin{array}{ll}
(P_1) & I \rightarrow B \\
(P_2) & \neg B \\
\hline
(T) & \neg I
\end{array}
$$

modus tollens

```
val pos : int -> bool = <fun>
```

```
# pos trois;;
```

```
Error:
```

$$
\begin{array}{ll}
(P_1) & I \rightarrow B \\
(P_2) & \neg B \\
\hline
(T) & \neg I
\end{array}
$$

modus tollens

```
val pos : int -> bool = <fun>
```

```
# pos trois;;
```

```
Error:
```

$$
\begin{array}{ll}
(P_1) & I \to B \\
(P_2) & \neg B \\
\hline
(T) & \neg I
\end{array}
$$

modus tollens

```
val pos : int -> bool = <fun>
```

```
# pos trois;;
```

```
Error:
```

$$
\begin{array}{ll}
(P_1) & I \rightarrow B \\
(P_2) & \neg B \\
\hline
(T) & \neg I
\end{array}
$$

modus tollens

```
val pos : int -> bool = <fun>
```

```
# pos trois;;
```

```
Error:
```

$$\begin{array}{ll} (P_1) & I \rightarrow B \\ (P_2) & \neg B \\ \hline (T) & \neg I \end{array}$$

modus tollens

```
val pos : int -> bool = <fun>
```

```
# pos trois;;
```

```
Error:
```

$$\begin{array}{ll} (P_1) & I \to B \\ (P_2) & \neg B \\ \hline (T) & \neg I \end{array}$$

modus tollens

```
val pos : int -> bool = <fun>
```

```
# pos trois;;
```

```
Error:
```

$$
\begin{array}{ll}
(P_1) & I \rightarrow B \\
(P_2) & \neg B \\
\hline
(T) & \neg I
\end{array}
$$

modus tollens

Attention !

Notez bien la différence entre $C \rightarrow N,\ N \models B$ et $C \rightarrow N,\ N \vdash B$!

approche sémantique / approche syntaxique

Attention !

Notez bien la différence entre $C \rightarrow N,\ N \models B$ et $C \rightarrow N,\ N \vdash B$!

approche sémantique / approche syntaxique

Attention !

Notez bien la différence entre $C \rightarrow N,\ N \models B$ et $C \rightarrow N,\ N \vdash B$!

approche sémantique / approche syntaxique

Règles d'inférence

Règle de combinaison	$A, B \vdash A \wedge B$
Règle de simplification	$A \wedge B \vdash B$
Règle d'addition	$A \vdash A \vee B$
Modus ponens	$A, A \rightarrow B \vdash B$
Modus tollens	$\neg B, A \rightarrow B \vdash \neg A$
Syllogisme hypothétique	$A \rightarrow B, B \rightarrow C \vdash A \rightarrow C$
Syllogisme disjonctif	$A \vee B, \neg B \vdash A$
Règle des cas	$A \rightarrow B, \neg A \rightarrow B \vdash B$
Élimination de l'équivalence	$A \leftrightarrow B \vdash A \rightarrow B$
Introduction de l'équivalence	$A \rightarrow B, B \rightarrow A \vdash A \leftrightarrow B$
Règle d'inconsistance	$A, \neg A \vdash B$

Règles d'inférence

Règle de combinaison	$A, B \vdash A \wedge B$
Règle de simplification	$A \wedge B \vdash B$
Règle d'addition	$A \vdash A \vee B$
Modus ponens	$A, A \rightarrow B \vdash B$
Modus tollens	$\neg B, A \rightarrow B \vdash \neg A$
Syllogisme hypothétique	$A \rightarrow B, B \rightarrow C \vdash A \rightarrow C$
Syllogisme disjonctif	$A \vee B, \neg B \vdash A$
Règle des cas	$A \rightarrow B, \neg A \rightarrow B \vdash B$
Élimination de l'équivalence	$A \leftrightarrow B \vdash A \rightarrow B$
Introduction de l'équivalence	$A \rightarrow B, B \rightarrow A \vdash A \leftrightarrow B$
Règle d'inconsistance	$A, \neg A \vdash B$

Règles d'inférence

Règle de combinaison	$A, B \vdash A \wedge B$
Règle de simplification	$A \wedge B \vdash B$
Règle d'addition	$A \vdash A \vee B$
Modus ponens	$A, A \rightarrow B \vdash B$
Modus tollens	$\neg B, A \rightarrow B \vdash \neg A$
Syllogisme hypothétique	$A \rightarrow B, B \rightarrow C \vdash A \rightarrow C$
Syllogisme disjonctif	$A \vee B, \neg B \vdash A$
Règle des cas	$A \rightarrow B, \neg A \rightarrow B \vdash B$
Élimination de l'équivalence	$A \leftrightarrow B \vdash A \rightarrow B$
Introduction de l'équivalence	$A \rightarrow B, B \rightarrow A \vdash A \leftrightarrow B$
Règle d'inconsistance	$A, \neg A \vdash B$

Règles d'inférence

Règle de combinaison	$A, B \vdash A \wedge B$
Règle de simplification	$A \wedge B \vdash B$
Règle d'addition	$A \vdash A \vee B$
Modus ponens	$A, A \rightarrow B \vdash B$
Modus tollens	$\neg B, A \rightarrow B \vdash \neg A$
Syllogisme hypothétique	$A \rightarrow B, B \rightarrow C \vdash A \rightarrow C$
Syllogisme disjonctif	$A \vee B, \neg B \vdash A$
Règle des cas	$A \rightarrow B, \neg A \rightarrow B \vdash B$
Élimination de l'équivalence	$A \leftrightarrow B \vdash A \rightarrow B$
Introduction de l'équivalence	$A \rightarrow B, B \rightarrow A \vdash A \leftrightarrow B$
Règle d'inconsistance	$A, \neg A \vdash B$

Règles d'inférence

Règle de combinaison	$A, B \vdash A \wedge B$
Règle de simplification	$A \wedge B \vdash B$
Règle d'addition	$A \vdash A \vee B$
Modus ponens	$A, A \rightarrow B \vdash B$
Modus tollens	$\neg B, A \rightarrow B \vdash \neg A$
Syllogisme hypothétique	$A \rightarrow B, B \rightarrow C \vdash A \rightarrow C$
Syllogisme disjonctif	$A \vee B, \neg B \vdash A$
Règle des cas	$A \rightarrow B, \neg A \rightarrow B \vdash B$
Élimination de l'équivalence	$A \leftrightarrow B \vdash A \rightarrow B$
Introduction de l'équivalence	$A \rightarrow B, B \rightarrow A \vdash A \leftrightarrow B$
Règle d'inconsistance	$A, \neg A \vdash B$

Règles d'inférence

Règle de combinaison	$A, B \vdash A \wedge B$
Règle de simplification	$A \wedge B \vdash B$
Règle d'addition	$A \vdash A \vee B$
Modus ponens	$A, A \rightarrow B \vdash B$
Modus tollens	$\neg B, A \rightarrow B \vdash \neg A$
Syllogisme hypothétique	$A \rightarrow B, B \rightarrow C \vdash A \rightarrow C$
Syllogisme disjonctif	$A \vee B, \neg B \vdash A$
Règle des cas	$A \rightarrow B, \neg A \rightarrow B \vdash B$
Élimination de l'équivalence	$A \leftrightarrow B \vdash A \rightarrow B$
Introduction de l'équivalence	$A \rightarrow B, B \rightarrow A \vdash A \leftrightarrow B$
Règle d'inconsistance	$A, \neg A \vdash B$

Règles d'inférence

Règle de combinaison	$A, B \vdash A \wedge B$
Règle de simplification	$A \wedge B \vdash B$
Règle d'addition	$A \vdash A \vee B$
Modus ponens	$A, A \rightarrow B \vdash B$
Modus tollens	$\neg B, A \rightarrow B \vdash \neg A$
Syllogisme hypothétique	$A \rightarrow B, B \rightarrow C \vdash A \rightarrow C$
Syllogisme disjonctif	$A \vee B, \neg B \vdash A$
Règle des cas	$A \rightarrow B, \neg A \rightarrow B \vdash B$
Élimination de l'équivalence	$A \leftrightarrow B \vdash A \rightarrow B$
Introduction de l'équivalence	$A \rightarrow B, B \rightarrow A \vdash A \leftrightarrow B$
Règle d'inconsistance	$A, \neg A \vdash B$

Règles d'inférence

Règle de combinaison	$A, B \vdash A \wedge B$
Règle de simplification	$A \wedge B \vdash B$
Règle d'addition	$A \vdash A \vee B$
Modus ponens	$A, A \rightarrow B \vdash B$
Modus tollens	$\neg B, A \rightarrow B \vdash \neg A$
Syllogisme hypothétique	$A \rightarrow B, B \rightarrow C \vdash A \rightarrow C$
Syllogisme disjonctif	$A \vee B, \neg B \vdash A$
Règle des cas	$A \rightarrow B, \neg A \rightarrow B \vdash B$
Élimination de l'équivalence	$A \leftrightarrow B \vdash A \rightarrow B$
Introduction de l'équivalence	$A \rightarrow B, B \rightarrow A \vdash A \leftrightarrow B$
Règle d'inconsistance	$A, \neg A \vdash B$

Règles d'inférence

Règle de combinaison	$A, B \vdash A \wedge B$
Règle de simplification	$A \wedge B \vdash B$
Règle d'addition	$A \vdash A \vee B$
Modus ponens	$A, A \rightarrow B \vdash B$
Modus tollens	$\neg B, A \rightarrow B \vdash \neg A$
Syllogisme hypothétique	$A \rightarrow B, B \rightarrow C \vdash A \rightarrow C$
Syllogisme disjonctif	$A \vee B, \neg B \vdash A$
Règle des cas	$A \rightarrow B, \neg A \rightarrow B \vdash B$
Élimination de l'équivalence	$A \leftrightarrow B \vdash A \rightarrow B$
Introduction de l'équivalence	$A \rightarrow B, B \rightarrow A \vdash A \leftrightarrow B$
Règle d'inconsistance	$A, \neg A \vdash B$

Règles d'inférence

Règle de combinaison	$A, B \vdash A \wedge B$
Règle de simplification	$A \wedge B \vdash B$
Règle d'addition	$A \vdash A \vee B$
Modus ponens	$A, A \rightarrow B \vdash B$
Modus tollens	$\neg B, A \rightarrow B \vdash \neg A$
Syllogisme hypothétique	$A \rightarrow B, B \rightarrow C \vdash A \rightarrow C$
Syllogisme disjonctif	$A \vee B, \neg B \vdash A$
Règle des cas	$A \rightarrow B, \neg A \rightarrow B \vdash B$
Élimination de l'équivalence	$A \leftrightarrow B \vdash A \rightarrow B$
Introduction de l'équivalence	$A \rightarrow B, B \rightarrow A \vdash A \leftrightarrow B$
Règle d'inconsistance	$A, \neg A \vdash B$

Règles d'inférence

Règle de combinaison	$A, B \vdash A \wedge B$
Règle de simplification	$A \wedge B \vdash B$
Règle d'addition	$A \vdash A \vee B$
Modus ponens	$A, A \rightarrow B \vdash B$
Modus tollens	$\neg B, A \rightarrow B \vdash \neg A$
Syllogisme hypothétique	$A \rightarrow B, B \rightarrow C \vdash A \rightarrow C$
Syllogisme disjonctif	$A \vee B, \neg B \vdash A$
Règle des cas	$A \rightarrow B, \neg A \rightarrow B \vdash B$
Élimination de l'équivalence	$A \leftrightarrow B \vdash A \rightarrow B$
Introduction de l'équivalence	$A \rightarrow B, B \rightarrow A \vdash A \leftrightarrow B$
Règle d'inconsistance	$A, \neg A \vdash B$

Règles d'inférence

Règle de combinaison	$A, B \vdash A \land B$
Règle de simplification	$A \land B \vdash B$
Règle d'addition	$A \vdash A \lor B$
Modus ponens	$A, A \rightarrow B \vdash B$
Modus tollens	$\neg B, A \rightarrow B \vdash \neg A$
Syllogisme hypothétique	$A \rightarrow B, B \rightarrow C \vdash A \rightarrow C$
Syllogisme disjonctif	$A \lor B, \neg B \vdash A$
Règle des cas	$A \rightarrow B, \neg A \rightarrow B \vdash B$
Élimination de l'équivalence	$A \leftrightarrow B \vdash A \rightarrow B$
Introduction de l'équivalence	$A \rightarrow B, B \rightarrow A \vdash A \leftrightarrow B$
Règle d'inconsistance	$A, \neg A \vdash B$

Règles d'inférence

Règle de combinaison	$A, B \vdash A \wedge B$
Règle de simplification	$A \wedge B \vdash B$
Règle d'addition	$A \vdash A \vee B$
Modus ponens	$A, A \rightarrow B \vdash B$
Modus tollens	$\neg B, A \rightarrow B \vdash \neg A$
Syllogisme hypothétique	$A \rightarrow B, B \rightarrow C \vdash A \rightarrow C$
Syllogisme disjonctif	$A \vee B, \neg B \vdash A$
Règle des cas	$A \rightarrow B, \neg A \rightarrow B \vdash B$
Élimination de l'équivalence	$A \leftrightarrow B \vdash A \rightarrow B$
Introduction de l'équivalence	$A \rightarrow B, B \rightarrow A \vdash A \leftrightarrow B$
Règle d'inconsistance	$A, \neg A \vdash B$

Règles d'inférence

Règle de combinaison	$A, B \vdash A \wedge B$
Règle de simplification	$A \wedge B \vdash B$
Règle d'addition	$A \vdash A \vee B$
Modus ponens	$A, A \rightarrow B \vdash B$
Modus tollens	$\neg B, A \rightarrow B \vdash \neg A$
Syllogisme hypothétique	$A \rightarrow B, B \rightarrow C \vdash A \rightarrow C$
Syllogisme disjonctif	$A \vee B, \neg B \vdash A$
Règle des cas	$A \rightarrow B, \neg A \rightarrow B \vdash B$
Élimination de l'équivalence	$A \leftrightarrow B \vdash A \rightarrow B$
Introduction de l'équivalence	$A \rightarrow B, B \rightarrow A \vdash A \leftrightarrow B$
Règle d'inconsistance	$A, \neg A \vdash B$

Règles d'inférence

Règle de combinaison	$A, B \vdash A \wedge B$
Règle de simplification	$A \wedge B \vdash B$
Règle d'addition	$A \vdash A \vee B$
Modus ponens	$A, A \rightarrow B \vdash B$
Modus tollens	$\neg B, A \rightarrow B \vdash \neg A$
Syllogisme hypothétique	$A \rightarrow B, B \rightarrow C \vdash A \rightarrow C$
Syllogisme disjonctif	$A \vee B, \neg B \vdash A$
Règle des cas	$A \rightarrow B, \neg A \rightarrow B \vdash B$
Élimination de l'équivalence	$A \leftrightarrow B \vdash A \rightarrow B$
Introduction de l'équivalence	$A \rightarrow B, B \rightarrow A \vdash A \leftrightarrow B$
Règle d'inconsistance	$A, \neg A \vdash B$

Règles d'inférence

Règle de combinaison	$A, B \vdash A \wedge B$
Règle de simplification	$A \wedge B \vdash B$
Règle d'addition	$A \vdash A \vee B$
Modus ponens	$A, A \rightarrow B \vdash B$
Modus tollens	$\neg B, A \rightarrow B \vdash \neg A$
Syllogisme hypothétique	$A \rightarrow B, B \rightarrow C \vdash A \rightarrow C$
Syllogisme disjonctif	$A \vee B, \neg B \vdash A$
Règle des cas	$A \rightarrow B, \neg A \rightarrow B \vdash B$
Élimination de l'équivalence	$A \leftrightarrow B \vdash A \rightarrow B$
Introduction de l'équivalence	$A \rightarrow B, B \rightarrow A \vdash A \leftrightarrow B$
Règle d'inconsistance	$A, \neg A \vdash B$

Règles d'inférence

Règle de combinaison	$A, B \vdash A \wedge B$
Règle de simplification	$A \wedge B \vdash B$
Règle d'addition	$A \vdash A \vee B$
Modus ponens	$A, A \rightarrow B \vdash B$
Modus tollens	$\neg B, A \rightarrow B \vdash \neg A$
Syllogisme hypothétique	$A \rightarrow B, B \rightarrow C \vdash A \rightarrow C$
Syllogisme disjonctif	$A \vee B, \neg B \vdash A$
Règle des cas	$A \rightarrow B, \neg A \rightarrow B \vdash B$
Élimination de l'équivalence	$A \leftrightarrow B \vdash A \rightarrow B$
Introduction de l'équivalence	$A \rightarrow B, B \rightarrow A \vdash A \leftrightarrow B$
Règle d'inconsistance	$A, \neg A \vdash B$

Règles d'inférence

Règle de combinaison	$A, B \vdash A \wedge B$
Règle de simplification	$A \wedge B \vdash B$
Règle d'addition	$A \vdash A \vee B$
Modus ponens	$A, A \rightarrow B \vdash B$
Modus tollens	$\neg B, A \rightarrow B \vdash \neg A$
Syllogisme hypothétique	$A \rightarrow B, B \rightarrow C \vdash A \rightarrow C$
Syllogisme disjonctif	$A \vee B, \neg B \vdash A$
Règle des cas	$A \rightarrow B, \neg A \rightarrow B \vdash B$
Élimination de l'équivalence	$A \leftrightarrow B \vdash A \rightarrow B$
Introduction de l'équivalence	$A \rightarrow B, B \rightarrow A \vdash A \leftrightarrow B$
Règle d'inconsistance	$A, \neg A \vdash B$

Règles d'inférence

Règle de combinaison	$A, B \vdash A \wedge B$
Règle de simplification	$A \wedge B \vdash B$
Règle d'addition	$A \vdash A \vee B$
Modus ponens	$A, A \rightarrow B \vdash B$
Modus tollens	$\neg B, A \rightarrow B \vdash \neg A$
Syllogisme hypothétique	$A \rightarrow B, B \rightarrow C \vdash A \rightarrow C$
Syllogisme disjonctif	$A \vee B, \neg B \vdash A$
Règle des cas	$A \rightarrow B, \neg A \rightarrow B \vdash B$
Élimination de l'équivalence	$A \leftrightarrow B \vdash A \rightarrow B$
Introduction de l'équivalence	$A \rightarrow B, B \rightarrow A \vdash A \leftrightarrow B$
Règle d'inconsistance	$A, \neg A \vdash B$

Règles d'inférence

Règle de combinaison	$A, B \vdash A \wedge B$
Règle de simplification	$A \wedge B \vdash B$
Règle d'addition	$A \vdash A \vee B$
Modus ponens	$A, A \rightarrow B \vdash B$
Modus tollens	$\neg B, A \rightarrow B \vdash \neg A$
Syllogisme hypothétique	$A \rightarrow B, B \rightarrow C \vdash A \rightarrow C$
Syllogisme disjonctif	$A \vee B, \neg B \vdash A$
Règle des cas	$A \rightarrow B, \neg A \rightarrow B \vdash B$
Élimination de l'équivalence	$A \leftrightarrow B \vdash A \rightarrow B$
Introduction de l'équivalence	$A \rightarrow B, B \rightarrow A \vdash A \leftrightarrow B$
Règle d'inconsistance	$A, \neg A \vdash B$

Règles d'inférence

Règle de combinaison	$A, B \vdash A \wedge B$
Règle de simplification	$A \wedge B \vdash B$
Règle d'addition	$A \vdash A \vee B$
Modus ponens	$A, A \rightarrow B \vdash B$
Modus tollens	$\neg B, A \rightarrow B \vdash \neg A$
Syllogisme hypothétique	$A \rightarrow B, B \rightarrow C \vdash A \rightarrow C$
Syllogisme disjonctif	$A \vee B, \neg B \vdash A$
Règle des cas	$A \rightarrow B, \neg A \rightarrow B \vdash B$
Élimination de l'équivalence	$A \leftrightarrow B \vdash A \rightarrow B$
Introduction de l'équivalence	$A \rightarrow B, B \rightarrow A \vdash A \leftrightarrow B$
Règle d'inconsistance	$A, \neg A \vdash B$

Règles d'inférence

Règle de combinaison	$A, B \vdash A \wedge B$
Règle de simplification	$A \wedge B \vdash B$
Règle d'addition	$A \vdash A \vee B$
Modus ponens	$A, A \rightarrow B \vdash B$
Modus tollens	$\neg B, A \rightarrow B \vdash \neg A$
Syllogisme hypothétique	$A \rightarrow B, B \rightarrow C \vdash A \rightarrow C$
Syllogisme disjonctif	$A \vee B, \neg B \vdash A$
Règle des cas	$A \rightarrow B, \neg A \rightarrow B \vdash B$
Élimination de l'équivalence	$A \leftrightarrow B \vdash A \rightarrow B$
Introduction de l'équivalence	$A \rightarrow B, B \rightarrow A \vdash A \leftrightarrow B$
Règle d'inconsistance	$A, \neg A \vdash B$

Théorème de la déduction

Théorème 11

Si $A, P \vdash B$, *alors* $P \vdash A \to B$.

Théorème de la déduction

Théorème 11

Si $A, P \vdash B$, alors $P \vdash A \rightarrow B$.

1. On fait l'*hypothèse* de A : on le rajoute temporairement aux prémisses ;
2. on démontre B en utilisant A et le reste des prémisses ;
3. on fait abstraction de A : A n'est plus forcément valide mais on obtient la conclusion $A \rightarrow B$.

Théorème de la déduction

Théorème 11

Si $A, P \vdash B$, alors $P \vdash A \rightarrow B$.

1. On fait l'*hypothèse* de A : on le rajoute temporairement aux prémisses ;
2. on démontre B en utilisant A et le reste des prémisses ;
3. on fait abstraction de A : A n'est plus forcément valide mais on obtient la conclusion $A \rightarrow B$.

Théorème de la déduction

Théorème 11

Si $A, P \vdash B$, *alors* $P \vdash A \to B$.

1. On fait l'*hypothèse* de A : on le rajoute temporairement aux prémisses ;
2. on démontre B en utilisant A et le reste des prémisses ;
3. on fait abstraction de A : A n'est plus forcément valide mais on obtient la conclusion $A \to B$.

Théorème de la déduction

Théorème 11

Si $A, P \vdash B$, *alors* $P \vdash A \rightarrow B$.

1. On fait l'*hypothèse* de A : on le rajoute temporairement aux prémisses ;
2. on démontre B en utilisant A et le reste des prémisses ;
3. on fait abstraction de A : A n'est plus forcément valide mais on obtient la conclusion $A \rightarrow B$.

démonstration du syllogisme hypothétique

1. $A \rightarrow B$ (première prémisse)
2. $B \rightarrow C$ (deuxième prémisse)
3. A (on rajoute temporairement A aux prémisses : on fait l'hypothèse de A)
4. $A, A \rightarrow B \vdash B$ d'après le MP en utilisant 3. et 2. : on peut mettre B dans les prémisses
5. $B, B \rightarrow C \vdash C$ d'après le MP en utilisant 4. et 2.
6. on fait abstraction de A : A n'est plus forcément valide mais on obtient la conclusion $A \rightarrow C$.

démonstration du syllogisme hypothétique

1. $A \rightarrow B$ (première prémisse)
2. $B \rightarrow C$ (deuxième prémisse)
3. A (on rajoute temporairement A aux prémisses : on fait l'hypothèse de A)
4. $A, A \rightarrow B \vdash B$ d'après le MP en utilisant 3. et 2. : on peut mettre B dans les prémisses
5. $B, B \rightarrow C \vdash C$ d'après le MP en utilisant 4. et 2.
6. on fait abstraction de A : A n'est plus forcément valide mais on obtient la conclusion $A \rightarrow C$.

démonstration du syllogisme hypothétique

1. $A \rightarrow B$ (première prémisse)
2. $B \rightarrow C$ (deuxième prémisse)
3. A (on rajoute temporairement A aux prémisses : on fait l'hypothèse de A)
4. $A, A \rightarrow B \vdash B$ d'après le MP en utilisant 3. et 2. : on peut mettre B dans les prémisses
5. $B, B \rightarrow C \vdash C$ d'après le MP en utilisant 4. et 2.
6. on fait abstraction de A : A n'est plus forcément valide mais on obtient la conclusion $A \rightarrow C$.

démonstration du syllogisme hypothétique

1. $A \rightarrow B$ (première prémisse)
2. $B \rightarrow C$ (deuxième prémisse)
3. A (on rajoute temporairement A aux prémisses : on fait l'hypothèse de A)
4. $A, A \rightarrow B \vdash B$ d'après le MP en utilisant 3. et 2. : on peut mettre B dans les prémisses
5. $B, B \rightarrow C \vdash C$ d'après le MP en utilisant 4. et 2.
6. on fait abstraction de A : A n'est plus forcément valide mais on obtient la conclusion $A \rightarrow C$.

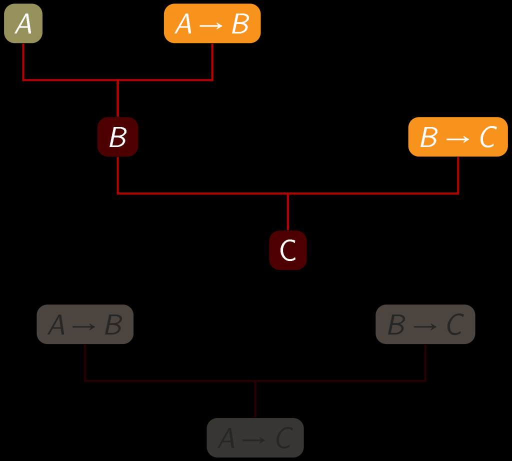
démonstration du syllogisme hypothétique

1. $A \rightarrow B$ (première prémisse)
2. $B \rightarrow C$ (deuxième prémisse)
3. A (on rajoute temporairement A aux prémisses : on fait l'hypothèse de A)
4. $A, A \rightarrow B \vdash B$ d'après le MP en utilisant 3. et 2. : on peut mettre B dans les prémisses
5. $B, B \rightarrow C \vdash C$ d'après le MP en utilisant 4. et 2.
6. on fait abstraction de A : A n'est plus forcément valide mais on obtient la conclusion $A \rightarrow C$.

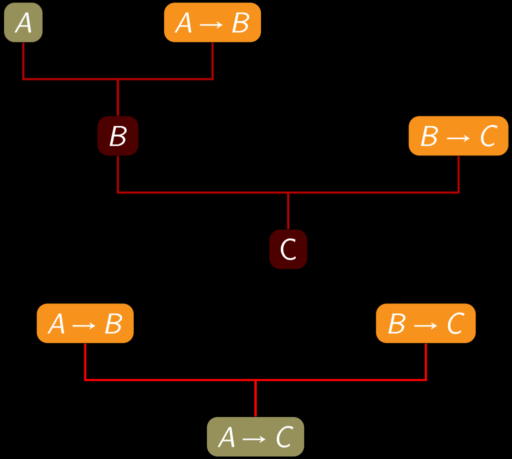
démonstration du syllogisme hypothétique

1. $A \to B$ (première prémisse)
2. $B \to C$ (deuxième prémisse)
3. A (on rajoute temporairement A aux prémisses : on fait l'hypothèse de A)
4. $A, A \to B \vdash B$ d'après le MP en utilisant 3. et 2. : on peut mettre B dans les prémisses
5. $B, B \to C \vdash C$ d'après le MP en utilisant 4. et 2.
6. on fait abstraction de A : A n'est plus forcément valide mais on obtient la conclusion $A \to C$.

Arbre binaire de déduction



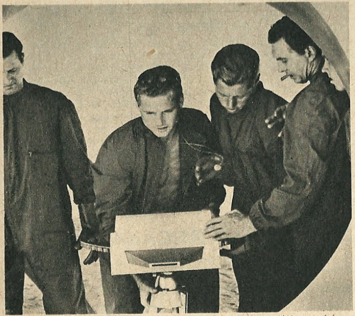
Arbre binaire de déduction



21. 35

Vous pouvez voir aussi sur la 2e cha ine : ARCANA, NOCTURNE et BOXE.

David Vincent (Roy Thinnes) prend encore des risques considérables.



Des installations techniques capables d'effectuer des tâches précises.

☆ LES ENVA HISSEURS ☆

FEUILLETON

LES SA NGSUES

4e EPISODE

Warren Doneghan .... **Arthur HILL**
Tom Wiley .... **Mark RICHMAN**
Eve Doneghan .... **Diana van der VLIS**
Hastings .... **Robert HARRIS**
Le garde .... **Ray KELLOG**
Noel Markham .... **Theo MARCUSE**
Millington .... **Peter BROCCO**
Le psychiatre .... **Norah KEEN**
L'homme .... **Hank BRANDT**
Le conducteur .... **Tom SIGNORELLI**
David Vincent .... **Roy THINNES**

Six savants de renommée mondiale disparaissent. Partis sans laisser d'adresse ni de traces. Seul, l'un a été retrouvé errant dans le désert de l'Arizona. Il semble devenu fou. Y a-t-il un rapport entre ces enlèvements et l'arrivée sur terre des « envahisseurs » ? David Vincent se pose la question. Pour en avoir le cœur net, il met au point un stratagème particulièrement audacieux : il se laissera capturer par les mystérieux ravisseurs dans le but de servir la science, de sauver l'humanité, de « savoir » peut-être...

Les envahisseurs

« Si John est un envahisseur, il ne rigolera pas à mes blagues ou il aura le petit doigt de la main droite écarté. John a rigolé à mes blagues et a le petit doigt serré contre l'annulaire. Ce n'est donc pas un envahisseur »

Soit E : « John est un envahisseur », R : « il rigolera de mes blagues », P :« il a le petit doigt écarté ».

Les prémisses sont donc $E \rightarrow (R \vee P)$,$\neg R$,et $\neg P$ et la conclusion $\neg E$.

Les envahisseurs

« Si John est un envahisseur, il ne rigolera pas à mes blagues ou il aura le petit doigt de la main droite écarté. John a rigolé à mes blagues et a le petit doigt serré contre l'annulaire. Ce n'est donc pas un envahisseur »

Soit E : « John est un envahisseur », R : « il rigolera de mes blagues », P :« il a le petit doigt écarté ».

Les prémisses sont donc $E \rightarrow (R \vee P)$,$\neg R$,et $\neg P$ et la conclusion $\neg E$.

Les envahisseurs

« Si John est un envahisseur, il ne rigolera pas à mes blagues ou il aura le petit doigt de la main droite écarté. John a rigolé à mes blagues et a le petit doigt serré contre l'annulaire. Ce n'est donc pas un envahisseur »
Soit E : « John est un envahisseur », R : « il rigolera de mes blagues »,
P :« il a le petit doigt écarté ».
Les prémisses sont donc $E \to (R \vee P)$,$\neg R$,et $\neg P$ et la conclusion $\neg E$.

Les envahisseurs

« Si John est un envahisseur, il ne rigolera pas à mes blagues ou il aura le petit doigt de la main droite écarté. John a rigolé à mes blagues et a le petit doigt serré contre l'annulaire. Ce n'est donc pas un envahisseur »
Soit E : « John est un envahisseur », R : « il rigolera de mes blagues », P :« il a le petit doigt écarté ».
Les prémisses sont donc $E \rightarrow (R \vee P)$,$\neg R$,et $\neg P$ et la conclusion $\neg E$.

Les envahisseurs

« Si John est un envahisseur, il ne rigolera pas à mes blagues ou il aura le petit doigt de la main droite écarté. John a rigolé à mes blagues et a le petit doigt serré contre l'annulaire. Ce n'est donc pas un envahisseur »
Soit E : « John est un envahisseur », R : « il rigolera de mes blagues », P :« il a le petit doigt écarté ».
Les prémisses sont donc $E \rightarrow (R \vee P)$, $\neg R$, et $\neg P$ et la conclusion $\neg E$.

Les envahisseurs

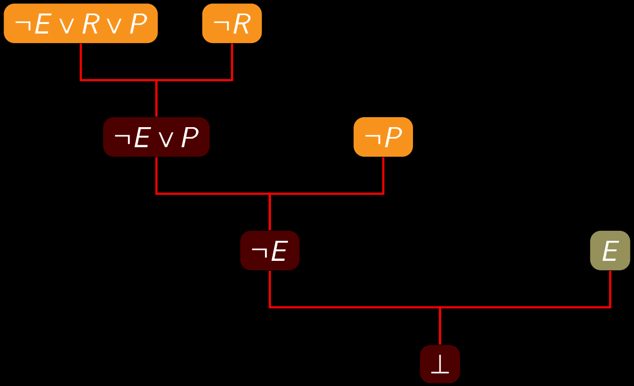
« Si John est un envahisseur, il ne rigolera pas à mes blagues ou il aura le petit doigt de la main droite écarté. John a rigolé à mes blagues et a le petit doigt serré contre l'annulaire. Ce n'est donc pas un envahisseur »
Soit E : « John est un envahisseur », R : « il rigolera de mes blagues », P :« il a le petit doigt écarté ».
Les prémisses sont donc $E \rightarrow (R \vee P), \neg R,$ et $\neg P$ et la conclusion $\neg E$.

Les envahisseurs

« Si John est un envahisseur, il ne rigolera pas à mes blagues ou il aura le petit doigt de la main droite écarté. John a rigolé à mes blagues et a le petit doigt serré contre l'annulaire. Ce n'est donc pas un envahisseur »
Soit E : « John est un envahisseur », R : « il rigolera de mes blagues », P :« il a le petit doigt écarté ».
Les prémisses sont donc $E \rightarrow (R \vee P), \neg R$,et $\neg P$ et la conclusion $\neg E$.

Les envahisseurs

« Si John est un envahisseur, il ne rigolera pas à mes blagues ou il aura le petit doigt de la main droite écarté. John a rigolé à mes blagues et a le petit doigt serré contre l'annulaire. Ce n'est donc pas un envahisseur »
Soit E : « John est un envahisseur », R : « il rigolera de mes blagues », P :« il a le petit doigt écarté ».
Les prémisses sont donc $E \rightarrow (R \vee P)$,$\neg R$,et $\neg P$ et la conclusion $\neg E$.


$\neg E \vee R \vee P$
$\neg R$
$\neg E \vee P$
$\neg P$
$\neg E$
E
$\perp$

Clause de Horn

$$(\neg P_1 \vee \neg P_2 \vee \cdots \neg P_n) \vee C$$

$$(P_1 \wedge P_2 \wedge .... \wedge P_n) \rightarrow C$$

```
C :- P1,P2, ... ,Pn.
```

Clause de Horn

$$(\neg P_1 \vee \neg P_2 \vee \cdots \neg P_n) \vee C$$

$$(P_1 \wedge P_2 \wedge .... \wedge P_n) \rightarrow C$$

```
C :- P1,P2, ... ,Pn.
```

Clause de Horn

$$(\neg P_1 \vee \neg P_2 \vee \cdots \neg P_n) \vee C$$

$$(P_1 \wedge P_2 \wedge .... \wedge P_n) \rightarrow C$$

```
C :- P1,P2, ... ,Pn.
```

PROLOG

```
parallelogramme :- cote_para,cote_meme_long.
rectangle :- parallelogramme,un_angle_droit.
losange :- parallelogramme,deux_cote_meme_long.
carre :- rectangle,losange.
cote_para.
un_angle_droit.
cote_meme_long.
deux_cote_meme_long.

?- carre.
true.
```

PROLOG : on part du but à atteindre et on recherche dans notre catalogue de connaissances les implications dont notre but est la tête et on continue jusqu'à arriver à une proposition valide.

Mais nous manquons encore d'outils mathématiques pour bien exploiter PROLOG : ce sera l'objet de notre module de novembre sur **la logique des prédicats**...

PROLOG : on part du but à atteindre et on recherche dans notre catalogue de connaissances les implications dont notre but est la tête et on continue jusqu'à arriver à une proposition valide.
Mais nous manquons encore d'outils mathématiques pour bien exploiter PROLOG : ce sera l'objet de notre module de novembre sur **la logique des prédicats**...