

Solution 1 Le problème des pirates syldaves.

Une lecture attentive du texte nous permet de remarquer que le nombre x de pièces d'or vérifie

$$\begin{cases} 3x \equiv 3[15] \\ x \equiv 2[7] \\ x \equiv 0[4] \end{cases} \cdot \text{Il existe donc trois entiers } a, b \text{ et } c \text{ tels que } \begin{cases} 3x = 15a + 3 \quad (1) \\ x = 7b + 2 \quad (2) \\ x = 4c \quad (3) \end{cases}$$

En combinant les deux premières équations, nous obtenons que les entiers a et b vérifient l'équation

$$-15a + 7b = 1$$

qui est une équation diophantienne. En s'inspirant de la méthode vue en cours, on obtient $a = 7k - 1$ et $b = 15k - 2$, avec $k \in \mathbb{Z}$

Reportons dans (2) et combinons avec (3). Nous sommes alors amenés à résoudre l'équation

$$105k - 4c = 12$$

La résolution habituelle nous permet d'obtenir que $c = 105n - 3$, avec $n \in \mathbb{Z}$

Nous obtenons donc finalement que $x = 420n - 12$, avec $n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$ car il semble raisonnable de penser que le nombre de pièces d'or est positif..

Il nous reste à vérifier que de telles valeurs conviennent, ce qui est le cas.

Les pirates syldaves disposent donc d'au moins 408 pièces d'or, soit 102 pièces chacun qui leur permettront de déguster un minimum de 3264 bouteilles de Zmischgr : une soirée syldave typique en perspective.