Opérations sur les matrices avec pro-mat.sty de la famille professor

26 mai 2009

La page dédiée à pro-graphes.sty se trouve à cette adresse :

http ://mathsp.tuxfamily.org/spip.php ?article213

1 Écrire une matrice

$$\begin{pmatrix} 112 & 2 & \cos(\alpha) \\ \sqrt{2} & 0 & 1 \\ \frac{1}{2} & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

```
\begin{matmat}
matmat([[112,2,cos(alpha)],[sqrt(2),0,1],[1/2,2,3]])
\end{matmat}
```

2 Produit de matrices

Un produit de matrices de tailles différentes :

$$\begin{array}{cc} & \boxed{Z} \\ & \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 112 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 122 \\ 0 \\ 11 \end{pmatrix} \\ \boxed{R} & \end{array}$$

```
\begin{promat}
promat([[112,2,0],[0,0,1],[1,2,3]],[[1],[5],[0]],[["R","Z"]])
\end{promat}
```

Un carré de matrice carré avec l'option trigo...

$$\begin{array}{cc}
 & \boxed{R} \\
 & \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -(\sin(\theta)) & 0 \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\
\begin{pmatrix} \cos(\theta) & -(\sin(\theta)) & 0 \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} \cos(2\theta) & -(\sin(2\theta)) & 0 \\ \sin(2\theta) & \cos(2\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\
\boxed{R} & \boxed{R^2}
\end{array}$$

```
\begin{promat}
promat([[cos(theta),-sin(theta),0],[sin(theta),cos(theta)
   ,0],[0,0,1]],[[cos(theta),-sin(theta),0],[sin(theta),cos(theta)
   ,0],[0,0,1]],[["R","R","R^2"],trigo])
\end{promat}
```

Un produit de matrices de même taille sans option :

$$\begin{array}{cc}
 & \begin{pmatrix} 1 & 4 & 0 \\ 5 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\
\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 11 & 16 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 11 & 16 & 3 \end{pmatrix}
\end{array}$$

```
\begin{promat}
 promat([[1,2,0],[0,0,1],[1,2,3]],[[1,4,0],[5,6,0],[0,0,1]],[[]])
\end{promat}
```

$$\begin{array}{cc}
 & \boxed{U} \\
 & \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \\
\begin{pmatrix} \cos(\theta) & -(\sin(\theta)) & 0 \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} x\cos(\theta) - (y\sin(\theta)) \\ x\sin(\theta) + y\cos(\theta) \\ z \end{pmatrix} \\
\boxed{R} & \boxed{R \times U}
\end{array}$$

```
\begin{promat}
promat([[cos(theta),-sin(theta),0],[sin(theta),cos(theta)
   ,0],[0,0,1]],[[x],[y],[z]],[["R","U","R\\times U"]])
\end{promat}
```

3 Calcul de déterminant

Un calcul de déterminant sans factorisation :

$$\begin{vmatrix} \cos(\theta) & -(\sin(\theta)) & 0 \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 1$$

```
\begin{detmat}
detmat([[cos(theta),-sin(theta),0],[sin(theta),cos(theta)
   ,0],[0,0,1]],[])
\end{detmat}
```

Un autre calcul avec résultat factorisé :

$$\begin{vmatrix} 1-t & 2 & 0 \\ 1 & 2-t & 0 \\ 0 & 0 & 1-t \end{vmatrix} = -((t-3)t(t-1))$$

```
\begin{detmat}
detmat([[1-t,2,0],[1,2-t,0],[0,0,1-t]],[factor])
\end{detmat}
```

4 Inverse d'une matrice

Des calculs d'inverse :

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ \frac{-1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{3}{2} \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

```
\begin{invmat}
 invmat([[1,-2,3],[1,0,0],[0,0,1]])
\end{invmat}
```

$$\begin{pmatrix} a & -b & 3 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -\frac{1}{b} & \frac{a}{b} & \frac{3}{b} \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

```
\begin{invmat}
 invmat([[a,-b,3],[1,0,0],[0,0,1]])
\end{invmat}
```

5 Puissance d'une matrice

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}^{5} = \begin{pmatrix} 81 & 81 & 81 \\ 81 & 81 & 81 \\ 81 & 81 & 81 \end{pmatrix}$$

```
\begin{puimat}
puimat([[1,1,1],[1,1,1],[1,1,1]],5,[])
\end{puimat}
```

$$\begin{pmatrix} \cos(\theta) & -(\sin(\theta)) & 0 \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}^{3} = \begin{pmatrix} \cos(3\theta) & -(\sin(3\theta)) & 0 \\ \sin(3\theta) & \cos(3\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

```
\begin{puimat}
puimat([[cos(theta),-sin(theta),0],[sin(theta),cos(theta)
   ,0],[0,0,1]],3,[trigo])
\end{puimat}
```