PLANCHE 2 : limites et continuité

Exercice 1 : Etudier la continuité sur $\mathbb{R}$ de la fonction définie par :

$$f(x) = \frac{2x^2 - 5x + 3}{x - 1} \text{ si } x \neq 1 \text{ et } f(1) = 0$$

.

Exercice 2 : Soit f la fonction définie par :

$$f(x) = \frac{x^3 - x - 6}{x^2 - 4}$$

Est-elle prolongeable par continuité en 2 ? en -2 ?

Exercice 3 : Tracer la courbe représentative de la fonction $f : x \longmapsto x + E(x)$ sur l'intervalle $[-1\,;3]$.

Exercice 4 : Démontrer que l'équation

$$1 - \frac{x}{2} + \cos x = 0$$

possède une unique solution x_0 dans l'intervalle $[0\,;\pi]$ et déterminer une valeur approchée de celle-ci à 10^{-2} près.

Exercice 5 : La relation suivante donne la température T en degrés Celsius à laquelle bout l'eau en fonction de l'altitude h en mètres :

$$T(h) = 100,86 - 0,041\sqrt{h + 431,03}$$

.

1. Vérifier que $T(0)$ est voisin de 100.
2. Démontrer que T est strictement décroissante sur $\mathbb{R}^+$.
3. Déterminer à 100 mètres près l'altitude h à laquelle l'eau bout à $98,5^\circ C$.

Exercice 6 : On considère la fonction polynôme définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3 + x - 14$. Etudier le nombre de solutions réelles de l'équation $f(x) = 0$ et donner un encadrement des solutions le cas échéant.

Exercice 7 : Soit x vérifiant $0 < x < \pi$. On pose $(\overrightarrow{OB}\,;\overrightarrow{OA}) = x$, $OA = OB = 1$.

Il s'agit de calculer à 10^{-2} près pour quelle(s) valeur(s) de x les aires hachurées sont égales.

1. Montrer que le problème revient à résoudre l'équation $\sin x - \frac{x}{2} = 0$.

2. Soit $f : x \longmapsto \sin x - \frac{x}{2}$. En étudiant les variations de f sur $]0\,;\pi[$, montrer que le problème admet une unique solution α que l'on localisera.

3. Déterminer un encadrement de α d'amplitude 10^{-2}.